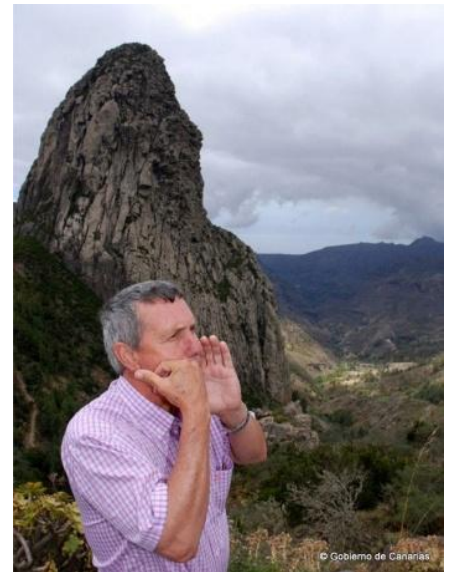


P2.- El silbo gomero

Al hablar emitimos los fonemas de las palabras que nos permiten comunicarnos. Pero también podemos recurrir a otros sonidos, por ejemplo los silbidos (o silbos). De hecho, en España, el llamado *silbo gomero* es una lengua silbada¹ que se habla entre los pastores de la escarpada isla de La Gomera. Desciende de los habitantes originales de las Islas Canarias (los "guanches"), quienes inventaron un sistema basado en silbos para poder hablar a largas distancias entre los barrancos y montañas propios de la región. El hecho de silbar para comunicarse no es exclusivo de esta isla, se emplea en otras partes del mundo como en Nepal, en algunos pueblos del sur de México y en el Pirineo francés.

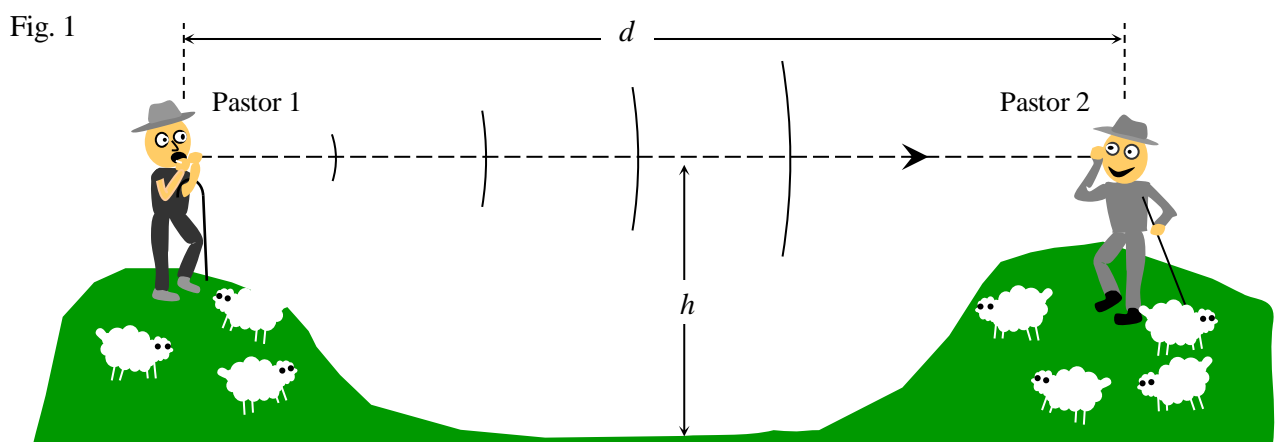


Una ventaja de los silbidos es que pueden llegar a grandes distancias. Un mensaje hablado se escucha y entiende como mucho a unos cien metros, mientras que los silbadores pueden comunicarse a varios kilómetros. Por eso, los lugares donde se utiliza este sistema suelen ser zonas montañosas donde las comunicaciones son difíciles y la densidad de población es baja.

Las lenguas silbadas replican la lengua madre sustituyendo los fonemas por sonidos tonales. O sea, que el silbo gomero es español, pero silbado. En el silbo gomero las vocales se distinguen por el tono o frecuencia del sonido emitido: aproximadamente 1500 Hz para los fonemas {/a/, /o/, /u/}, en torno a 2100 Hz para la /e/, y unos 2500 Hz para la /i/. El rango de frecuencias para las consonantes varía de 1 a 4 kHz. Para silbar las consonantes, además de cambiar el tono, se hacen modulaciones de la amplitud del sonido.

Los silbadores tienen una depurada técnica. Cogen aire en la boca (la caja de resonancia) y lo expulsan mientras tensan los labios, las mandíbulas y el cuello. Suelen colocar uno o dos dedos entre los dientes. Con la lengua y la laringe regulan la presión del aire para controlar la amplitud, la duración y la frecuencia del sonido.

En definitiva, el silbo gomero tiene un importante valor antropológico y lingüístico, y muchas de sus características son también de gran interés para la física.



Imagine que dos pastores de La Gomera quieren comunicarse silbando (figura 1). Están situados sobre colinas a una misma altura h sobre el fondo del valle que les separa, y la distancia entre ambos es d .

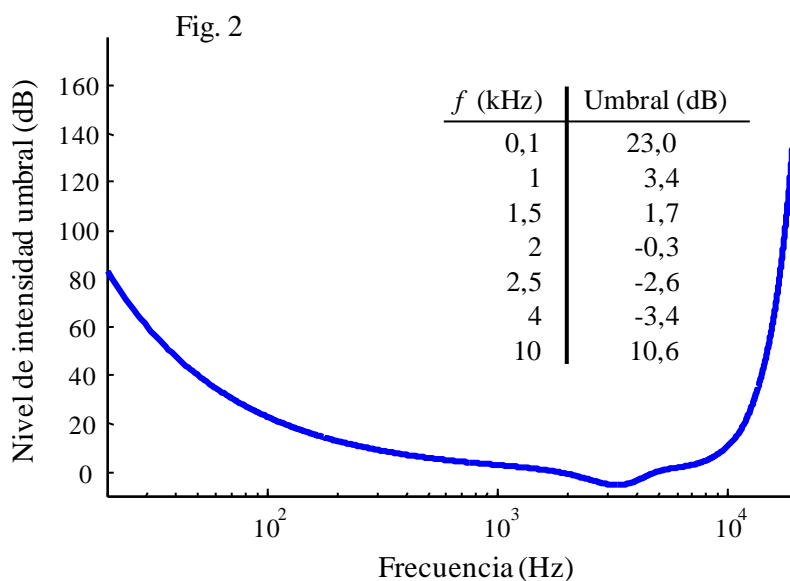
¹ El silbo gomero está reconocido por las Naciones Unidas como un lenguaje de la Unión Europea.

Admitiremos, por simplicidad, que las ondas sonoras emitidas están uniformemente repartidas en todas las direcciones del espacio (foco emisor puntual de ondas esféricas). Supondremos unas condiciones atmosféricas estables y que la velocidad del sonido en el aire es $v = 343$ m/s.

Considere, por ahora, únicamente el sonido que viaja en línea recta entre los pastores, es decir, no tenga en cuenta la reflexión del sonido en el fondo del valle. Tampoco considere, de momento, ningún tipo de disipación acústica.

El pastor 1 silba un mensaje con una potencia de 5 W (utilice este valor para todo el problema), y sus sonidos cubren un espectro de frecuencias centrado en $f_0 = 2,5$ kHz, con un rango que va desde 1 a 4 kHz (ambos valores incluidos).

La figura 2 muestra el nivel de intensidad acústica² umbral (mínimo audible) del oído humano en función de la frecuencia.



- a) Indique razonadamente qué frecuencia de las silbadas por el pastor podría escucharse más lejos. Calcule la distancia máxima, d_{\max} , a la que el pastor 2 podría llegar a oír la frecuencia central f_0 .

Al resolver el apartado anterior habrá obtenido una distancia enorme, muy poco realista. Para mejorar el modelo es necesario considerar que la energía sonora se disipa mientras se propaga, transformándose en calor debido a la fricción entre las moléculas vibrantes del aire. Considere en los siguientes apartados que la intensidad sonora se atenúa exponencialmente con la distancia recorrida r en un factor $e^{-\alpha r}$, donde α es el llamado *coeficiente de atenuación* del aire³.

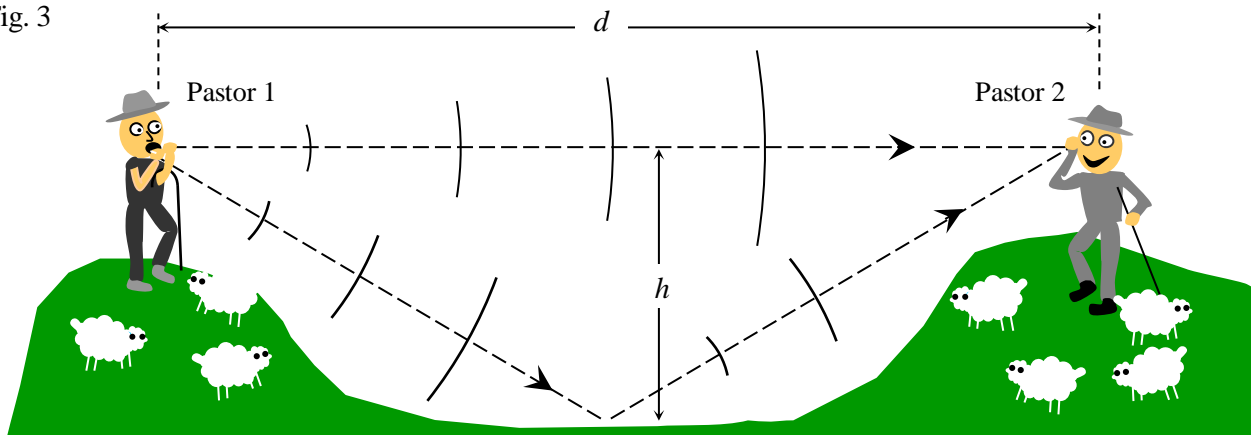
- b) Si, en unas determinadas condiciones atmosféricas, la distancia máxima real a la que el pastor 2 puede oír un silbido de 2,5 kHz es $d_{\max} = 4,0$ km, ¿cuál es el coeficiente de atenuación del aire?

Considere ahora que al pastor 2 llega el sonido directo y también el reflejado especularmente en el fondo del valle, como se esquematiza en la figura 3. Suponga que el factor de reflexión (fracción de energía reflejada) de la onda sonora en el suelo es del 50%.

² Como sabrá, el nivel de intensidad acústica, expresado en decibelios (dB), se define como $\beta = 10 \log_{10}(I / I_0)$ donde I es la intensidad del sonido (en W/m^2) e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

³ Este coeficiente depende de la temperatura, la presión atmosférica, la densidad y la humedad del aire.

Fig. 3



- c) Para $d = 4,0$ km, $h = 100$ m y $f = 2,5$ kHz, calcule la intensidad I_r del sonido reflejado en el suelo que llega al pastor 2. Calcule también la intensidad total, suma de la que llega por los dos caminos. Exprese su resultado en W/m^2 .

En el apartado anterior ha calculado la intensidad total recibida por el pastor como suma de las intensidades que le llegan por los dos caminos. Esta idea es correcta si el sonido tiene un espectro en frecuencias amplio. Pero si las ondas emitidas son armónicas, es decir, si el sonido presenta una única frecuencia, aparecen fenómenos interferenciales⁴ y la intensidad total ya no puede obtenerse como simple suma de las dos intensidades.

Considere ahora que el pastor 1 silba la vocal /i/ con una frecuencia pura muy próxima al valor central $f_0 = 2,5$ kHz.

- d) Con los mismos valores de d y h que en el apartado anterior, determine la frecuencia más próxima a f_0 con la que el pastor debe silbar la /i/ para que se produzca una interferencia constructiva de las dos ondas que llegan al pastor 2.
- e) Calcule la intensidad total del sonido recibido por el pastor 2 a esta frecuencia.

Finalmente, vamos a estudiar cómo escucha la conversación de los dos pastores un ciclista que se desplaza de un pastor hacia el otro en el fondo del valle. Suponga que, aproximadamente, el sonido llega al ciclista en la misma dirección en que éste se desplaza. El pastor 1 silba “beber” y, en respuesta, el pastor 2 silba “vivir”. La vocal /e/ se ha emitido a 2,1 kHz y la vocal /i/ a 2,5 kHz. El ciclista es hablante del silbo gomero y es capaz de discriminar frecuencias separadas como mínimo un intervalo $\Delta f = 100$ Hz.

- f) Calcule las frecuencias de las vocales que escucha el ciclista cuando se desplaza hacia el pastor 1 a una velocidad de 40 km/h. ¿Qué velocidad máxima podría llevar para poder distinguir las dos palabras silbadas por los pastores?

⁴ Damos por supuesto que las condiciones atmosféricas son perfectamente estables y que no existe ningún tipo de perturbación que induzca variaciones aleatorias de las fases en las ondas.

P2.- SOLUCIÓN

- a) El pastor 1 emite sonidos en el intervalo [1, 4] kHz. De la gráfica de la figura 2 sabemos que el umbral de audición para 1 kHz es $\beta_u = 3,4$ dB, y para 4 kHz es $\beta_u = -3,4$ dB. Cuanto más pequeño es el umbral más lejos se oirá el sonido, de forma que (sin absorción) se escucharía más lejos la frecuencia de 4 kHz.

Del nivel de intensidad umbral para 2,5 kHz obtenemos la intensidad umbral:

$$\beta_u = -2,6 \text{ dB} = 10 \log_{10} \frac{I_u}{I_0} \rightarrow I_u = 5,5 \times 10^{-13} \text{ W/m}^2$$

$$I_u = \frac{P}{4\pi d_{\max}^2} \rightarrow \boxed{d_{\max} = 850 \text{ km}}$$

- b) La intensidad atenuada por el factor $e^{-\alpha r}$ es

$$I_u = \frac{P}{4\pi d_{\max}^2} e^{-\alpha d_{\max}}$$

Para 2,5 kHz la intensidad umbral es la calculada en el apartado anterior: $I_u = 5,5 \times 10^{-13} \text{ W/m}^2$

Para la distancia $d_{\max} = 4,0$ km, despejamos el coeficiente de atenuación:

$$\alpha = -\frac{1}{d_{\max}} \ln \left(\frac{4\pi d_{\max}^2 I_u}{P} \right) \rightarrow \boxed{\alpha = 2,7 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}} \quad \text{Ver notas}^{5,6}.$$

- c) La distancia recorrida por el camino con reflexión es

$$d_r = 2\sqrt{h^2 + (d/2)^2} = 4005 \text{ m}$$

La intensidad del sonido reflejado en el suelo, con un factor de reflexión 0,5, cuando llega al pastor 2 es

$$I_r = 0,5 \frac{P}{4\pi d_r^2} e^{-\alpha d_r} \rightarrow \boxed{I_r = 2,7 \times 10^{-13} \text{ W/m}^2}$$

La intensidad total, suma de las intensidades directa y reflejada, queda:

$$\boxed{I_{\text{tot}} = I_u + I_r = 8,2 \times 10^{-13} \text{ W/m}^2}$$

- d) Cuando una onda armónica recorre una distancia x , su cambio de fase es kx , donde $k = 2\pi/\lambda$ es el número de ondas y λ la longitud de onda. Por tanto, el desfase δ (diferencia de fase) entre las dos ondas cuando llegan al pastor 2 será

$$\delta = k \Delta d = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d$$

donde $\Delta d = d_r - d$ es la diferencia de distancias recorridas por las dos ondas.

La interferencia constructiva se dará cuando las ondas se superpongan en fase, es decir cuando el desfase sea un múltiplo entero de 2π :

$$\delta = 2m\pi \rightarrow \Delta d = m\lambda$$

⁵ El resultado está de acuerdo con los valores del coeficiente del aire en condiciones típicas.

⁶ Contrariamente a como se obtuvo en el apartado anterior, al tener en cuenta la absorción del aire la frecuencia más alta de 4 kHz (aunque somos más sensibles a ella) es la que peor se escucha (sólo hasta aproximadamente 1,3 km). Ello es debido a que el coeficiente de atenuación del aire es mucho mayor (unas 5 veces más) que para 1 kHz.

La diferencia de distancias recorridas es $\Delta d = 5 \text{ m}$.

La longitud de onda para la frecuencia exacta de 2,5 kHz es

$$\lambda_0 = \frac{v}{f_0} = \frac{343}{2500} = 0,1372 \text{ m}$$

Para esta longitud de onda:

$$\Delta d / \lambda_0 = 36,44$$

Como este cociente no es un número entero, la interferencia no será constructiva a esta frecuencia. La frecuencia más próxima a f_0 para la que habrá interferencia constructiva corresponde a $m = 36$, es decir a una longitud de onda

$$\lambda = \frac{\Delta d}{36} = 0,1389 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \boxed{f = 2470 \text{ Hz}} \quad \text{Ver nota}^7.$$

- e) Cuando dos ondas interfieren constructivamente, la amplitud total es igual a la suma de amplitudes.

No es necesario conocer la expresión que relaciona la intensidad de una onda sonora con su amplitud. Basta saber que, en cualquier onda, la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud: $I = K A^2$. Entonces:

$$A_{\text{tot}} = A_u + A_r = \sqrt{I_u / K} + \sqrt{I_r / K}$$
$$I_{\text{tot}} = K A_{\text{tot}}^2 \quad \rightarrow \quad I_{\text{tot}} = I_u + I_r + 2\sqrt{I_u I_r}$$
$$\boxed{I_{\text{tot}} = 1,6 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2}$$

- f) El pastor 1 silba la vocal /e/ de frecuencia $f_1 = 2100 \text{ Hz}$, y el pastor 2 silba la vocal /i/ de frecuencia $f_2 = 2500 \text{ Hz}$.

Como $d \gg h$, podemos suponer que, aproximadamente, el sonido llega al ciclista en la misma dirección en que éste se desplaza.

Se produce efecto Doppler debido a que el ciclista, que hace de receptor, está en movimiento. Las fuentes del sonido (los dos pastores) están en reposo. El ciclista se acerca al pastor 1 y se aleja del pastor 2, a una velocidad $v_c = 40 \text{ km/h} = 11,1 \text{ m/s}$. Por efecto Doppler, el ciclista escuchará las frecuencias:

$$f'_1 = \frac{v + v_c}{v} f_1 \quad \rightarrow \quad \boxed{f'_1 = 2168 \text{ Hz}}$$
$$f'_2 = \frac{v - v_c}{v} f_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{f'_2 = 2419 \text{ Hz}}$$

En general, a velocidad v_c , el ciclista escucha frecuencias separadas un intervalo

$$\Delta f' = f'_2 - f'_1 = (f_2 - f_1) - \frac{v_c}{v} (f_1 + f_2)$$

Para que pueda distinguir las dos palabras, debe cumplirse $\Delta f' \geq \Delta f = 100 \text{ Hz}$. Operando en el límite de la igualdad se obtiene la velocidad máxima:

$$v_{\text{max}} = \frac{f_2 - f_1 - 100}{f_1 + f_2} v \quad \rightarrow \quad \boxed{v_{\text{max}} = 22,4 \text{ m/s} = 80,5 \text{ km/h}}$$

⁷ Estos resultados numéricos sólo tienen sentido si los valores de d , h y v son exactos. Además, se ha supuesto que las condiciones atmosféricas son perfectamente estables y que, por tanto, las ondas son coherentes.