

P3. El experimento de Millikan.

En el año 1909 Robert Millikan y Harvey Fletcher diseñaron y realizaron el primer experimento para medir la carga del electrón. Hasta entonces los electrones sólo habían podido ser observados en forma de rayos catódicos, pero con ellos sólo se podía determinar la relación entre su carga y su masa. Con este experimento, Millikan logró medir el valor de la carga y , y por tanto, también el de la masa. Para ello supuso (por aquel entonces no estaba verificado) que la carga del electrón era la fundamental y , en consecuencia, la carga de cualquier cuerpo sería un múltiplo de dicha cantidad.

El equipo básico para realizar el experimento de Millikan está representado esquemáticamente en la figura 1. En una cámara cerrada se pulverizan pequeñas gotas de un aceite especial, de densidad ρ . Algunas de estas gotas se electrizan levemente en el momento de ser pulverizadas. Lógicamente, cada gota empieza a caer verticalmente por la acción de la gravedad, pero a su vez el aire ejerce sobre ellas una fuerza de resistencia que se opone a su movimiento y cuyo módulo es proporcional a la velocidad de caída. Esta fuerza, para un pequeño cuerpo esférico, satisface la ley de Stokes

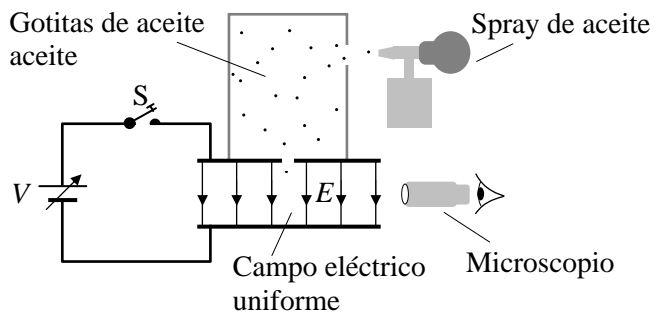


Fig. 1

$$F_r = 6\pi\eta r v$$

Donde η es la viscosidad del fluido (aire) en el que caen las gotas de aceite, r es el radio de las gotas y v su velocidad de caída.

Como las gotas se cargan ligeramente al capturar iones presentes en el aire, o simplemente por fricción con la boquilla del pulverizador, con este experimento se comprobó que las cargas son un múltiplo de la carga elemental e , y pudo determinarse su valor.

Dado que la densidad del aire es mucho menor que la del aceite, en este problema no se tendrá en cuenta el empuje hidrostático sobre las gotas (principio de Arquímedes).

- Escriba la ecuación del movimiento de una gota de aceite, de masa m , que cae en el aire bajo la acción de la gravedad, g .
- Transcurrido un corto intervalo de tiempo a partir del instante en el que la gota comienza su caída en el aire, su velocidad tiende a un valor constante, que se denomina *velocidad límite*, v_L . Determine dicha velocidad en función de la aceleración de la gravedad g , de la densidad ρ del aceite, de la viscosidad del aire η y del radio r de la gota.
- Dibuje cualitativamente la gráfica de la velocidad de caída de la gota en función del tiempo, suponiendo que parte del reposo.

La velocidad límite se puede medir por observación directa de la caída de la gota con un microscopio que dispone de una escala graduada. Sin embargo, no es fácil medir el radio y masa de las gotas.

En una experiencia de laboratorio en el que se utiliza un montaje como el descrito antes, se observa que, en ausencia de campo eléctrico ($E = 0$), una determinada gota cae con una velocidad límite $v = 1,20 \times 10^{-4}$ m/s. Sabiendo que la viscosidad del aire es $\eta = 1,80 \times 10^{-5}$ Pa s, la densidad del aceite es $\rho = 8,99 \times 10^2$ kg/m³ y que la aceleración de la gravedad es $g = 9,81$ m/s²

- Determine la expresión de la masa m de la gota y calcule su valor.

Cerrando el interruptor S, se establece un campo eléctrico uniforme E como se muestra en la figura 1, cuyo valor se puede regular cambiando el potencial V . Ajustando este campo eléctrico se puede parar la gota, es decir, mantenerla en reposo.

- e) Si el campo que mantiene a la gota en reposo es $E = 9,35 \times 10^4$ V/m, calcule el valor de esta carga q .

En la misma experiencia y siguiendo el mismo procedimiento, se determinaron las cargas de otras gotas. Los valores que se obtuvieron son $q' = 4,54 \times 10^{-19}$ C y $q'' = 3,05 \times 10^{-19}$ C. A partir de los valores de q , q' y q''

- f) Calcule el valor e de la carga fundamental del electrón.

Nota: En el experimento original, Robert Millikan y Harvey Fletcher obtuvieron un valor ligeramente menor al conocido actualmente para la carga del electrón.

Solución

- a) Las fuerzas que actúan sobre la gota son las representadas en la figura 2. En virtud de la 2ª ley de Newton la ecuación del movimiento es:

$$m a = m g - F_r \quad \Rightarrow \quad \boxed{m a = m g - 6\pi\eta r v} \quad (1)$$

- b) De acuerdo con (1), conforme aumenta el módulo de la velocidad de caída de la gota, la aceleración disminuye. A partir del valor de la velocidad que anula la aceleración, el movimiento será uniforme y dicha velocidad será la llamada velocidad límite v_L

$$a = 0 \quad \Rightarrow \quad v_L = \frac{m g}{6\pi\eta r} \quad (2)$$

Por otra parte, la masa de la gota en función de la densidad del aceite es

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \quad (3)$$

Eliminando r entre (2) y (3), se obtiene como velocidad límite

$$\boxed{v_L = \frac{2g\rho}{9\eta} r^2}$$

- c) Tal como sugiere el enunciado, consideraremos que en el instante inicial la velocidad vertical de la gota es nula, por lo que la gráfica $v(t)$ pasa por el origen de coordenadas. Además, al eliminar en (1) el término dependiente de la velocidad en el instante inicial, se deduce que la pendiente en el origen es

$$\operatorname{tg} \varphi = g$$

Además, con el transcurso del tiempo la velocidad tiende al valor límite, por lo que $v = v_L$ es una asíntota. Con todo ello, el aspecto de la gráfica es el representado en la figura 3.

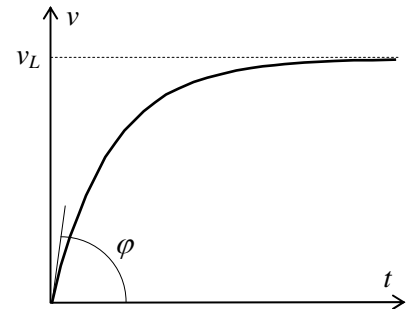


Fig. 3

- d) Eliminando r entre las expresiones (2) y (3) y despejando la masa, se obtiene

$$\boxed{m = \sqrt{\frac{162 \pi^2 \eta^3 v_L^3}{\rho g^3}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m = 4,36 \times 10^{-15} \text{ kg}}$$

- e) Cuando la gota se encuentra en reposo por la acción del campo eléctrico E , se verificará que $mg = qE$. Por lo tanto

$$q = \frac{4,36 \times 10^{-15} \times 9,81}{9,35 \times 10^4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{q = 4,57 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

- f) Sabemos que las cargas q , q' y q'' deben ser múltiplos de una cantidad e menor, por lo que dividiendo la carga de las tres gotas por la menor de ellas podemos hallar proporciones simples entre ellas

$$\frac{q}{q''} \approx 1,50 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad q \approx \frac{3}{2} q''$$

$$\frac{q'}{q''} \approx 1,49 \approx \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad q' \approx \frac{3}{2} q''$$

$$\frac{q''}{q''} = 1$$



Fig. 2

Las cargas no pueden ser fracciones de la carga elemental, por lo que concluimos que las cargas de cada gota deben ser:

$$\left. \begin{array}{l} q = 3e \\ q' = 3e \\ q'' = 2e \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{e \approx 1,52 \times 10^{-19} \text{ C}}$$