

**OBJETIVO.**

Se va a estudiar experimentalmente la radiación emitida por el filamento de una lámpara de incandescencia y su dependencia con la temperatura.



**INTERNATIONAL  
YEAR OF LIGHT  
2015**

**MATERIALES.**

- Pequeña lámpara de incandescencia.
- Pila de 9 V.
- Portapilas.
- Potenciómetro multivuelta de 1 k $\Omega$ .
- Resistencia de protección de 22  $\Omega$ .
- Placa de pruebas.
- Dos polímetros, DVM890L y DT9201A, con sondas y cuatro pinzas (cocodrilos)
- Cables para conexión.
- Destornillador.
- Manuales de los polímetros.

**MODELO TEÓRICO.****Potencia radiada y temperatura.**

Los cuerpos pueden transferir energía a otros cuerpos que se encuentran a diferente temperatura mediante tres vías: conducción, convección y radiación. La radiación está constituida por ondas electromagnéticas, con una distribución espectral que depende de la temperatura.

Consideremos una bombilla convencional por la que circula una corriente eléctrica creciente, de modo que la temperatura de su filamento de wolframio aumenta gradualmente a partir de la temperatura ambiente, hasta llegar a la incandescencia. A bajas temperaturas la pérdida de energía de la bombilla se produce principalmente por conducción y convección. Sin embargo, a temperaturas elevadas la disipación de energía por radiación es la dominante y pueden despreciarse las pérdidas por conducción y convección. En este problema experimental vamos a suponer que nos encontramos en este último caso.

Asumiremos que la potencia de la radiación emitida por el filamento caliente,  $P$ , es proporcional a la  $n$ -sima potencia de la temperatura absoluta  $T$

$$P = aT^n \quad (1)$$

donde se supone que  $n$  es un número entero. La constante  $a$  puede factorizarse en la forma

$$a = S \varepsilon \sigma \quad (2)$$

donde  $S$  es el área de la superficie emisora,  $\sigma$  es una constante, llamada de Stefan-Boltzmann, y  $\varepsilon$  es un coeficiente adimensional característico de cada cuerpo, conocido como “emisividad”.

Los objetivos concretos de nuestro problema experimental son:

- a) Determinar el valor de  $n$ .
- b) Obtener el valor de la emisividad del filamento de una bombilla,  $\varepsilon$ .

## Resistencia eléctrica y temperatura.

La resistencia eléctrica,  $R$ , de un filamento de wolframio aumenta con la temperatura,  $T$ . Un estudio experimental permite ajustar la dependencia entre estas variables a la siguiente relación empírica

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{R}{R_0} \right)^{0,83} \quad (3)$$

donde  $R_0$  y  $T_0$  son los valores a temperatura ambiente.

## Potencia eléctrica.

La potencia eléctrica suministrada al filamento es

$$P = VI \quad (4)$$

donde  $V$  es la diferencia de potencial entre los terminales del filamento e  $I$  la intensidad que circula por él. Como ya se ha indicado, en nuestras condiciones de trabajo (filamento incandescente), supondremos que la energía eléctrica suministrada se transforma íntegramente en energía de radiación.

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL Y MEDIDAS.

- 1) Mida la resistencia del filamento de la bombilla,  $R_0$ , a temperatura ambiente. Utilice para ello el polímetro DT9201A y las sondas con pinzas de cocodrilo. Se le indicará el valor de la temperatura  $T_0$  en el aula. Si el valor de  $R_0$  no está comprendido entre 10 y 15  $\Omega$ , comuníquelo a un responsable de la prueba.
- 2) En el pequeño potenciómetro que va a utilizar (figura 1) la patilla central corresponde al cursor que se mueve al girar el tornillo de la cara superior, y las patillas laterales a los extremos de la resistencia de 1 k $\Omega$ . Utilice el destornillador para poner inicialmente el cursor en, aproximadamente, el centro de su recorrido, es decir que la resistencia entre las patillas 1 y 2 (o 2 y 3) sea de unos 500  $\Omega$ .
- 3) Lea con atención el ANEXO, con las instrucciones de uso de la *placa de pruebas*. A continuación monte en la placa el circuito de la figura 2, pero **no conecte todavía la pila al portapilas**. Tenga cuidado de que las patillas del potenciómetro o de la bombilla no se doblen al insertarlas en la placa.
- 4) Ajuste el miliamperímetro en la escala de **200 mA** y el voltímetro en la de **20 V**.

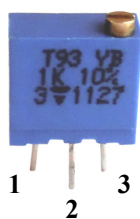


Fig. 1. Potenciómetro

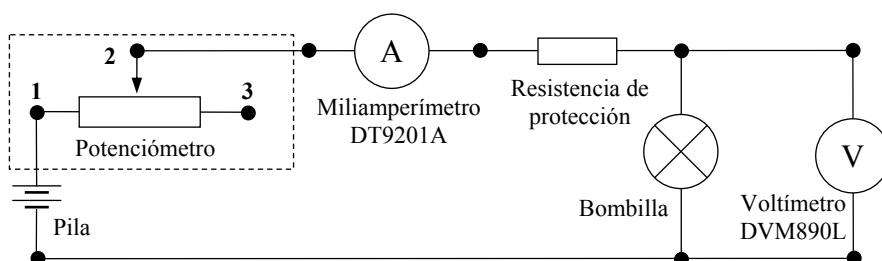


Fig. 2. Circuito

- 5) Revise el montaje y asegúrese de que las conexiones en la placa son correctas. Conecte entonces la pila y compruebe que los polímetros indican tensión y corriente no nulas, y que al girar el tornillo del potenciómetro cambian la tensión, la corriente y la intensidad luminosa de la bombilla.

- 6) Ajuste el potenciómetro hasta que la tensión en la bombilla sea, aproximadamente,  $V = 1,5$  V. Tras esperar unos segundos hasta que las lecturas de los polímetros se estabilicen, anote los valores de  $V$  e  $I$ . Para valores crecientes de  $V$ , hasta aproximadamente  $V_{\max} = 5,0$  V, mida una serie de parejas de valores<sup>1</sup> de  $V$  e  $I$ . **Evite que accidentalmente llegue a superarse una diferencia de potencial de 6 V, que es la máxima que puede soportar el filamento sin fundirse.**
- 7) Presente en una tabla como la que se muestra más abajo:
- Los valores de  $V$  e  $I$  que ha obtenido experimentalmente. (4 p.)
  - Los sucesivos valores de la resistencia  $R$  del filamento, obtenidos utilizando la ley de Ohm. (1 p.)
  - Los valores de las correspondientes temperaturas  $T$  del filamento, calculados con la expresión (3). (1 p.)
  - Las potencia suministrada al filamento en cada caso, teniendo en cuenta (4). (1 p.)

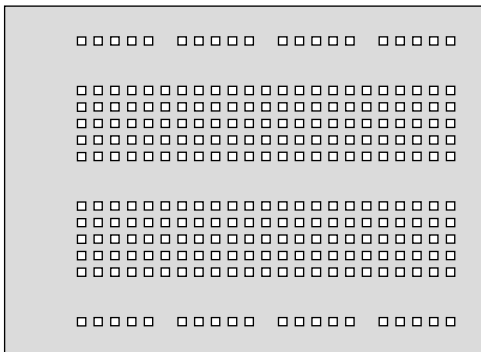
$V$ (V)	$I$ (A)	$R$ ( $\Omega$ )	$T$ (K)	$P$ (W)			

- 8) Transforme la expresión (1), para obtener una dependencia lineal entre una función de  $P$  y una función de  $T$ . Anote en dos columnas de la tabla anterior los valores de estas funciones de  $P$  y  $T$ . (1 p.)
- 9) Represente gráficamente en el papel milimetrado los puntos correspondientes a esta dependencia lineal. (2 p.)
- 10) Determine la pendiente,  $p$ , de la recta que mejor se ajusta a esos puntos y deduzca el valor del exponente entero  $n$  de la ecuación (1). (2 p.)
- 11) Conocido el exponente  $n$ , determine el valor de la constante  $a$  de la ecuación (1). (4 p.)
- 12) Sabiendo que, en unidades del SI,  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$  y que el área de la superficie emisora es  $S = (9,1 \pm 0,7) \times 10^{-7} \text{ m}^2$ , calcule el valor de la emisividad del filamento de wolframio,  $\varepsilon$ . (1 p.)
- 13) Haga una estimación de la incertidumbre de  $\varepsilon$ . Suponga que la principal fuente de error en este experimento es la incertidumbre de la superficie emisora, dada en el apartado anterior. (3 p.)

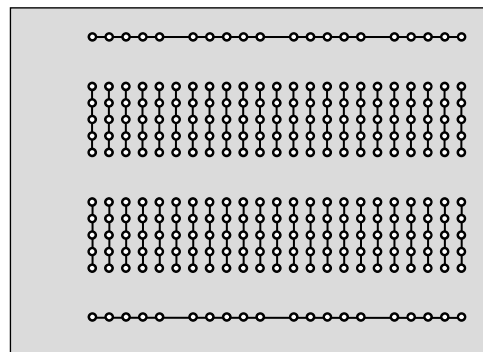
<sup>1</sup> Para no prolongar en exceso el tiempo de medida, es suficiente con que mida unas diez parejas de valores.

## ANEXO

Las *placas de pruebas* se utilizan para montar circuitos de forma rápida y no permanente.



Aspecto exterior de una *placa de pruebas*.  
Existe una matriz de agujeros en los se pueden insertar los terminales de los componentes.



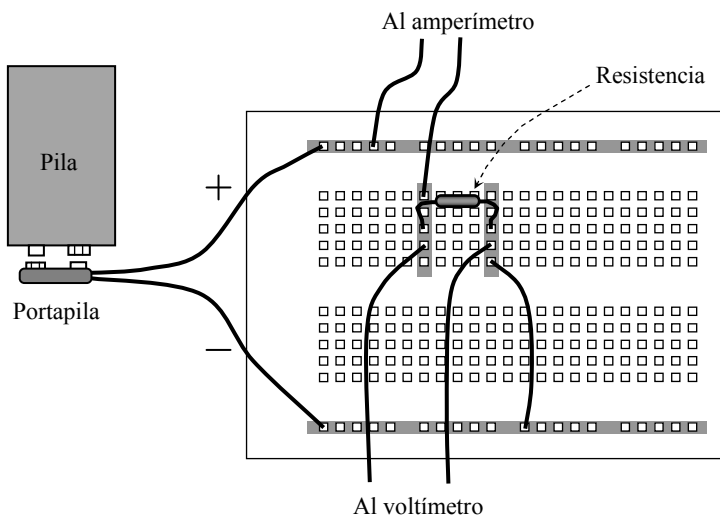
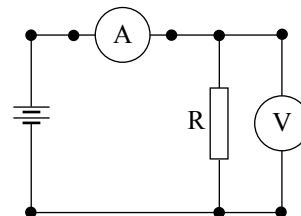
Conexiones eléctricas internas.  
En la zona central de la placa, los agujeros están agrupados en columnas de 5, conectados entre sí. Todos los agujeros de las partes superior e inferior de la placa están conectados entre sí. Suelen emplearse para la alimentación eléctrica del circuito.

Para realizar un montaje, los extremos de un componente eléctrico deben estar insertados en columnas diferentes. De otro modo, el componente estaría en cortocircuito.

Las conexiones eléctricas entre componentes del circuito pueden realizarse insertando sus terminales en una misma columna de la placa o con pequeños trozos de cable.

## EJEMPLO

Montaje del circuito correspondiente al siguiente esquema:



Se muestran en color gris las conexiones internas de la placa que tienen interés para este montaje.

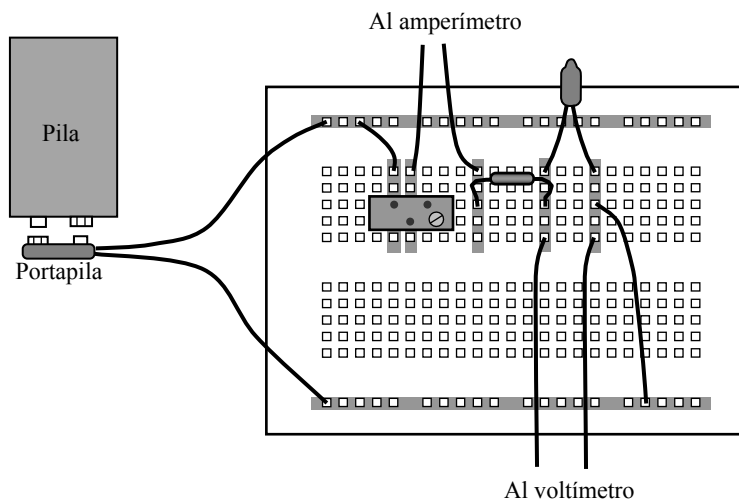
Obsérvese que la conexión entre la resistencia y el polo negativo de la pila se ha realizado con un pequeño cable.

## Solución

- 1) La bombilla empleada para las medidas que se presentarán más adelante tiene una resistencia  $R_0 = 11,4 \Omega$  a temperatura ambiente  $T_0 = 295 \text{ K}$ .

### 2-5) Montaje del circuito.

Se presenta a continuación un posible esquema de montaje. Se ha mantenido la costumbre de emplear las filas inferior y superior para la alimentación, aunque en un circuito tan sencillo bastaría con conectar los terminales de la pila a los extremos del sistema en serie potenciómetro-amperímetro-resistencia-bombilla, con lo que se ahorrarían los cables de conexión.



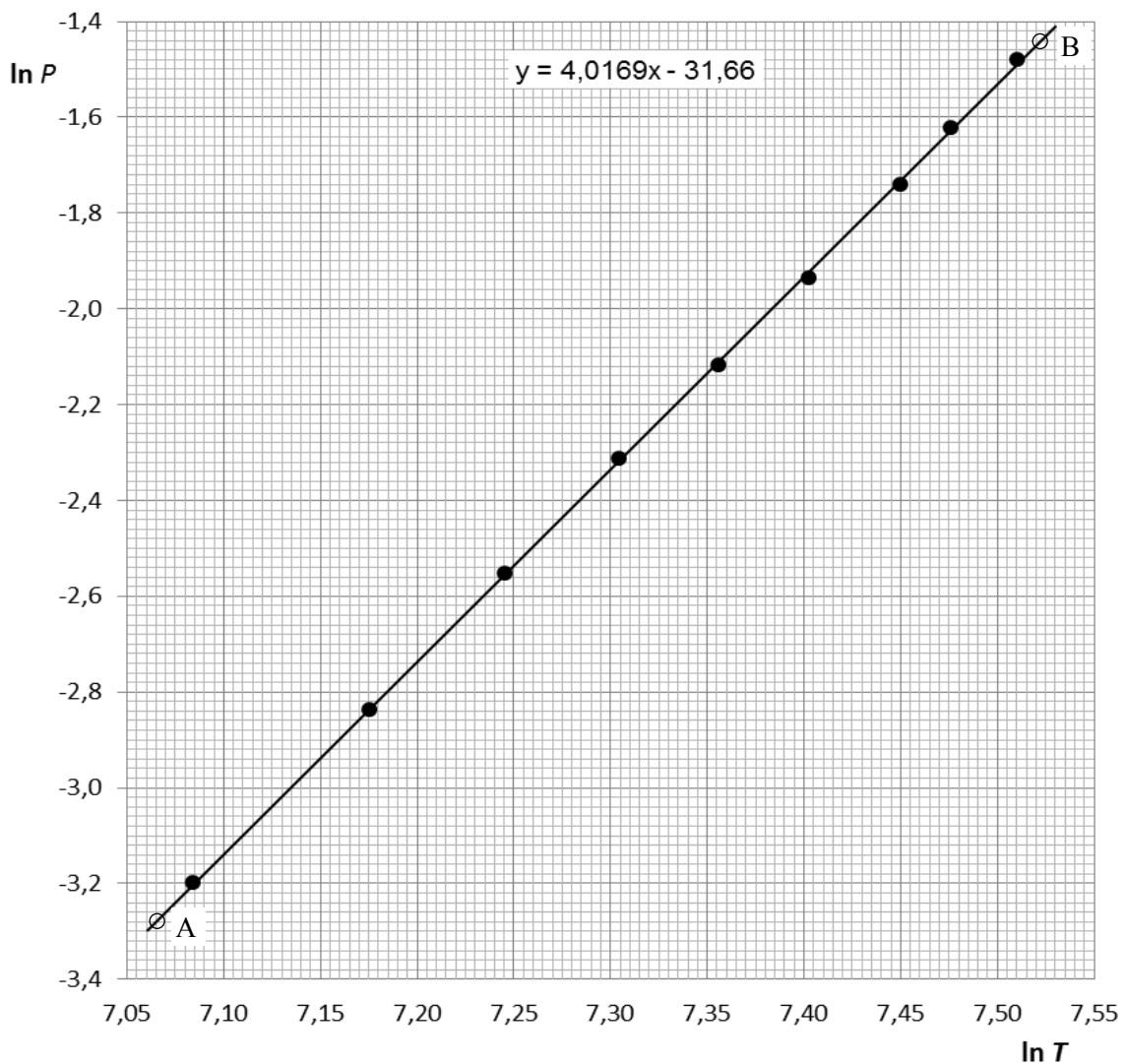
- 6,7) En la siguiente tabla se recoge una serie de medidas de  $V$  e  $I$ , y magnitudes derivadas

$V$ (V)	$I$ (mA)	$R$ ( $\Omega$ )	$T$ (K)	$P$ (W)	$\ln T$	$\ln P$	$T^4$ ( $\times 10^{12} \text{K}^4$ )
1,584	25,80	61,40	1193,3	0,0409	7,084	-3,197	2,03
2,003	29,23	68,53	1307,2	0,0585	7,176	-2,838	2,92
2,409	32,31	74,56	1402,1	0,0778	7,246	-2,553	3,86
2,815	35,18	80,02	1486,7	0,0990	7,304	-2,312	4,89
3,198	37,56	85,14	1565,4	0,1201	7,356	-2,119	6,00
3,604	40,00	90,10	1640,6	0,1442	7,403	-1,937	7,25
4,090	42,90	95,34	1719,4	0,1755	7,450	-1,740	8,74
4,410	44,80	98,44	1765,7	0,1976	7,476	-1,622	9,72
4,830	47,10	102,55	1826,7	0,2275	7,510	-1,481	11,13

- 8) Para linealizar la ecuación (1) basta tomar logaritmos

$$\ln P = \ln a + n \ln T \quad (5)$$

9,10) Gráfica  $(x, y) = (\ln T, \ln P)$ . Obtención de  $n$ .



Se observa que los puntos experimentales se ajustan muy bien a la dependencia lineal esperada. La pendiente  $p$  de la recta puede obtenerse a partir de las coordenadas de dos puntos alejados de dicha recta, por ejemplo los puntos A y B indicados en la figura

$$(x_A; y_A) = (7,065; -3,280)$$

$$(x_B; y_B) = (7,523; -1,440)$$

$$p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 4,017$$

Un ajuste por mínimos cuadrados conduce al resultado mostrado en la figura, que coincide con el anterior.

Como se espera que el exponente  $n$  sea entero, se deduce que

$$\boxed{n=4}$$

11) Obtención de  $a$ .

Podría pensarse que la constante  $a$  puede determinarse a partir del ajuste anterior, puesto que su ordenada en el origen es, de acuerdo con (5),

$$c = \ln a$$

Esta ordenada en el origen no puede leerse directamente en la gráfica, pero puede deducirse fácilmente de la pendiente ajustada y las coordenadas de uno de los puntos auxiliares, por ejemplo el A

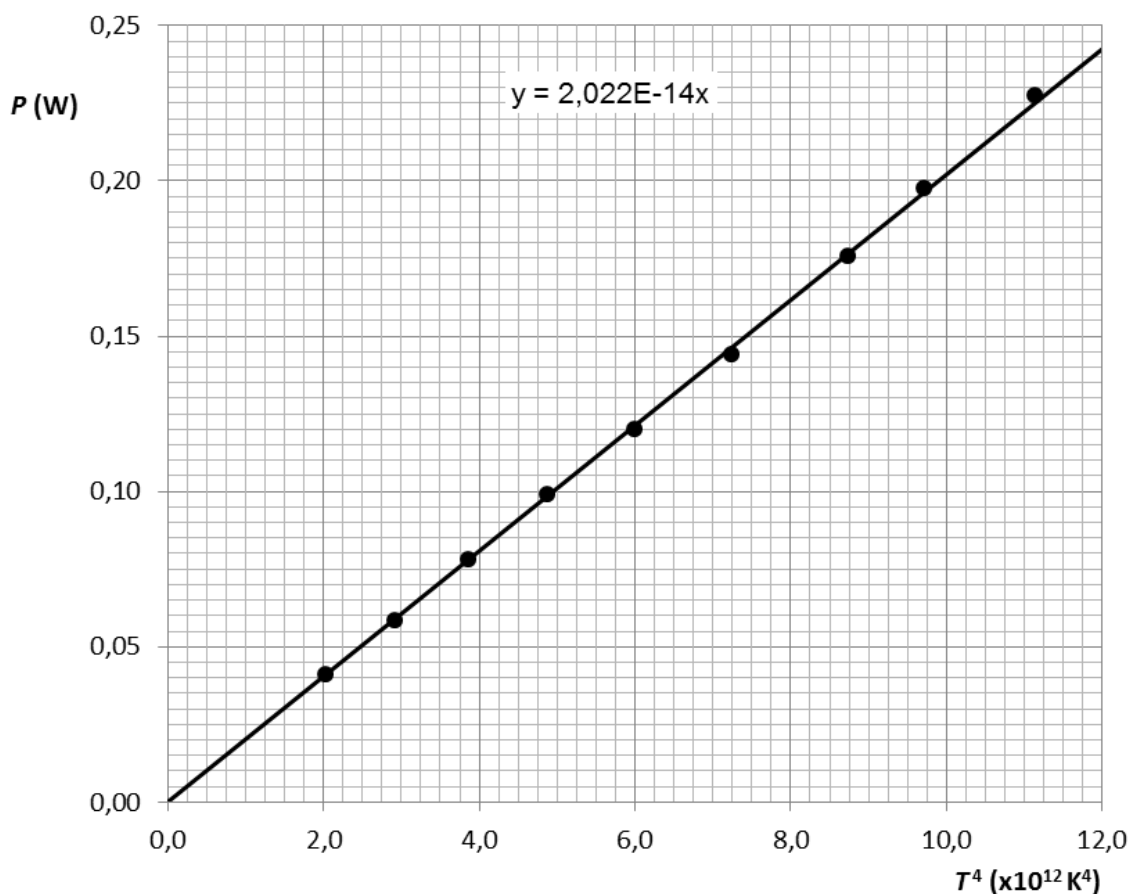
$$c = y_A - px_A = -31,66$$

Por tanto

$$a = e^c = 1,78 \times 10^{-14} \text{ WK}^{-4}$$

Pero este valor de  $a$  se ha calculado a partir de los datos de una recta de ajuste con pendiente próxima al valor  $n = 4$ , pero no exactamente igual, con lo que es de esperar que al extrapolar esta recta hasta cortar el eje de ordenadas (bastante alejado de la zona de trabajo) pueda haber una desviación no despreciable respecto al valor exacto.

Para determinar  $a$  con exactitud es más correcto admitir el valor  $n = 4$  para el exponente de la ecuación (1) y deducir  $a$  de un nuevo ajuste lineal con las variables  $(x, y) = (T^4, P)$ . En la siguiente gráfica se muestra este ajuste.



La pendiente de esta recta, calculada por el método de mínimos cuadrados, se indica en la propia gráfica. Si no se obliga a pasar a la recta por el origen, para eliminar posibles desviaciones sistemáticas, se obtiene una pendiente que difiere en menos de un 1% de la indicada. En total

$$a = 2,02 \times 10^{-14} \text{ WK}^{-4}$$

12) Cálculo de la emisividad.

Con el resultado anterior y los datos del enunciado se tiene

$$\varepsilon = \frac{a}{\sigma S} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 0,391}$$

13) Cálculo de errores.

Para hacer una estimación de la incertidumbre de  $\varepsilon$  habría que considerar dos fuentes de error: por una parte la incertidumbre de la constante  $a$ , es decir de la pendiente del ajuste  $P(T^4)$ , y por otro la incertidumbre de la superficie  $S$  del filamento, que se da como dato en el enunciado.

Como  $\varepsilon$  es directamente proporcional a  $a$  e inversamente proporcional a  $S$ , es fácil demostrar que en ambos casos se transmiten los errores relativos

$$\frac{\Delta \varepsilon_a}{\varepsilon} = \frac{\Delta a}{a}$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_S}{\varepsilon} = \frac{\Delta S}{S}$$

Y la incertidumbre relativa total de la emisividad podría estimarse como

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} = \left[ \left( \frac{\Delta a}{a} \right)^2 + \left( \frac{\Delta S}{S} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Si se trazan las rectas que con pendientes máxima y mínima se ajustan razonablemente a los puntos experimentales  $P(T^4)$ , es fácil comprobar que la incertidumbre relativa de  $a$  es del orden de, como mucho, el 2%, mientras que la incertidumbre relativa de  $S$  es del 7,7 %, lo que conduce a un valor del 8 % para la incertidumbre de  $\varepsilon$ . Esto indica que la segunda fuente de error domina claramente sobre la primera, como se indica en el enunciado, de forma que

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \approx \frac{\Delta S}{S}$$

Se obtiene

$$\boxed{\Delta \varepsilon = 0,03}$$

El resultado completo para la emisividad sería, redondeando al número adecuado de cifras significativas,

$$\boxed{\varepsilon = 0,39 \pm 0,03}$$