Prueba experimental. Constante de Planck y comportamiento de un LED

Objetivo.

Se va a construir un circuito eléctrico para alimentar LEDs de diferentes colores y obtener un valor aproximado de la constante de Planck. Además se determinará, para uno de estos LEDs, el valor de una constante característica llamada *factor de idealidad.*

Materiales.

- Cinco LEDs, de colores diferentes.
- Pila de 9 V.
- Potenciómetro y resistencia de protección.
- Dos polímetros con sondas y cuatro pinzas (cocodrilos).
- Regleta de conexión.
- Destornillador.

Modelo teórico[1].

Un LED (Light-Emitting Diode) es un dispositivo optoelectrónico que emite luz cuando circula por él una corriente eléctrica I (figura 1). Para que circule esta corriente es necesario que la diferencia de potencial entre sus terminales, V, sea superior a un cierto valor umbral, V_0 .

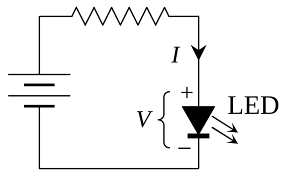


Fig. 1

En esencia, un LED es un semiconductor en el que los electrones se encuentran en niveles de energía muy próximos que forman *bandas*. La de menor energía es la *banda de valencia*, que está normalmente llena de electrones. Existe otra banda, con energía superior y que contiene pocos electrones, llamada *banda de conducción*. Ambas bandas están separadas por una *banda prohibida*, de energía E (figura 2).

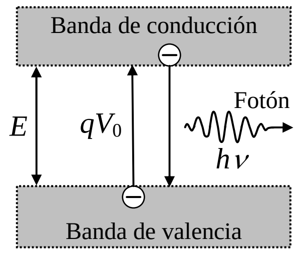


Fig. 2

Para que un electrón pueda excitarse desde la banda de valencia hasta la de conducción debe absorber, como mínimo, una energía $E = qV_0$, donde q es la carga elemental (valor absoluto de la carga del electrón). Esta energía es aportada por la batería que alimenta el circuito con el LED.

Cuando el electrón se desexcita y regresa a la banda de valencia se emite un fotón de energía $E = h\nu$, donde h es la constante de Planck y ν la frecuencia de la radiación emitida. Por tanto, con este modelo simplificado, sería de esperar que se cumpliese la igualdad $qV_0 = h\nu$. En la práctica, se encuentra esta relación lineal entre V_0 y ν, pero con un término independiente, C, aproximadamente constante, que no puede justificarse con este modelo, es decir

$$V_0 \approx C + \frac{h}{q}\nu \qquad (1)$$

Por otra parte, para V superior a V_0 , la corriente I aumenta de modo aproximadamente exponencial (figura 3), en la forma

$$I \approx I_s e^{(qV/\eta kT)} \qquad (2)$$

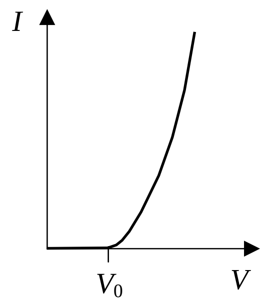


Fig. 3

donde I_s es la llamada *corriente de saturación*, k la constante de Boltzmann, T la temperatura absoluta y η se conoce como *factor de idealidad* del LED.

---

[1] Se presenta un modelo muy simplificado, suficiente para los objetivos de esta prueba experimental. El valor de la constante de Plank que se obtiene es correcto en orden de magnitud, pero puede diferir del valor real en más de un 10%, dependiendo de los LEDs concretos empleados en las medidas.

Montaje.

El esquema eléctrico del equipo experimental se presenta en la figura 4, donde se indican los puntos de conexión de los cables, la figura 5 es una fotografía del montaje real. En la figura 6 se muestra una fotografía ampliada del potenciómetro.

Fig. 4

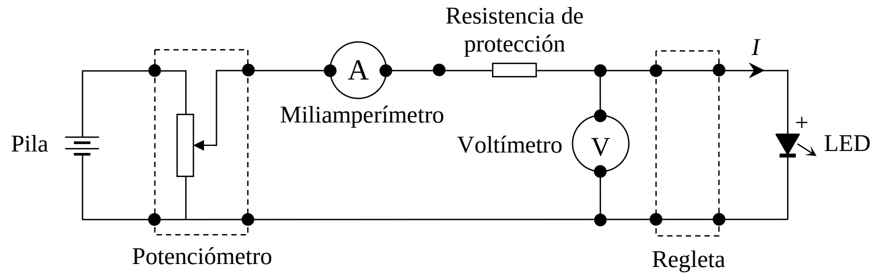
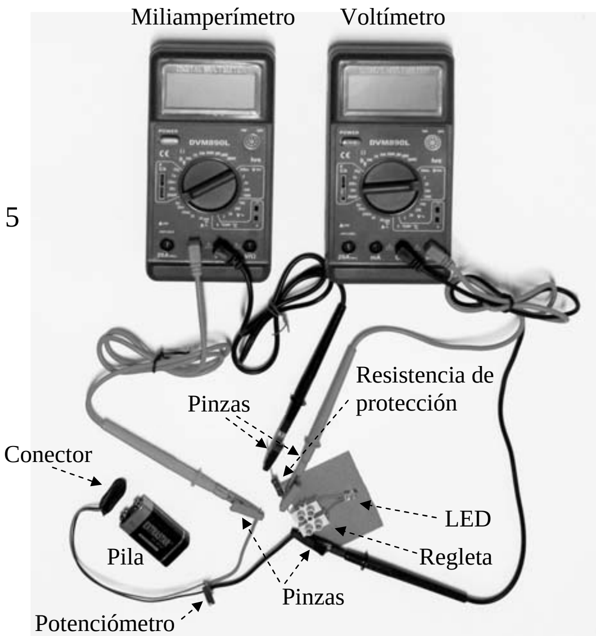


Fig. 5



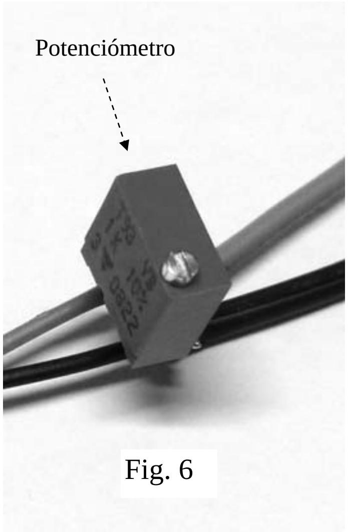


Fig. 6

Instrucciones de montaje:

- El potenciómetro multivuelta presenta, de un lado, dos cables libres (rojo y negro) y, del otro, un conector para la pila de 9 V. **No conecte todavía la pila al circuito.**
- Conecte el cable negro del potenciómetro a un terminal de la regleta, donde se asegura el contacto apretando el tornillo.
- Conecte la resistencia de protección en el otro terminal de la regleta.
- Conecte las puntas de prueba del miliamperímetro mediante pinzas (“cocodrilos”) al cable rojo del potenciómetro y a la resistencia de protección.
- Con las otras dos pinzas, conecte las puntas de prueba del voltímetro a los terminales de la regleta.
- Los LEDs se conectarán en el otro extremo de la regleta. La patilla más larga del LED es el ánodo (+), por donde debe entrar la corriente.
- El miliamperímetro debe estar en la escala de **2 mA**, y el voltímetro en la de **20 V**.
- Inicialmente, para anular la tensión de alimentación del LED, **gire el tornillo del potenciómetro en sentido antihorario** hasta el final de su recorrido.
- **Atención**: para evitar que se agote la pila, mantenga el circuito abierto cuando no esté midiendo.

Medidas y preguntas.

1ª parte. Determinación de *h*.

1.a) Conecte en la regleta el LED infrarrojo (cápsula oscura). Conecte la pila y aumente la tensión de alimentación del LED, girando el potenciómetro en sentido horario, hasta que circule una corriente de 0,010 mA. Supondremos que, en estas circunstancias, la tensión indicada por el voltímetro es aproximadamente la tensión umbral para este diodo, V_0. Anote su valor.

Restableciendo cada vez el potenciómetro a su posición inicial, repita la medida de V_0 para los otros cuatro LEDs: rojo, amarillo, azul y violeta. El aspecto exterior de estos LEDs es similar, pero los distinguirá al hacer pasar corriente.

No olvide desconectar la pila al finalizar esta serie de medidas.

Traslade sus medidas a la Tabla 1, donde se indica la longitud de onda de emisión de cada LED. Para calcular la frecuencia ν, recuerde que $c = \lambda \nu$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío y λ la longitud de onda.

Tabla 1

LED	λ (nm)	ν (Hz)	V_0 (V)
Infrarrojo	938		
Rojo	632		
Amarillo	593		
Azul	464		
Violeta	405		

1.b) Represente gráficamente los valores de V_0 (en ordenadas) frente a las frecuencias ν (en abscisas).

1.c) Obtenga el valor de la pendiente de la recta que mejor se ajusta a los puntos de la gráfica.

1.d) Deduzca el valor de *h*.

1.e) Haga una estimación de la incertidumbre de la pendiente.

1.f) Teniendo en cuenta lo anterior, haga una estimación de la incertidumbre del valor de *h*.

2ª parte. Determinación del factor de idealidad, η.

Gire el potenciómetro en sentido antihorario hasta el final de su recorrido y conecte el LED **rojo** en la regleta. Seleccione en el voltímetro la escala de 2 V. Conecte la pila y aumente la tensión de alimentación hasta que el amperímetro indique, de nuevo, una intensidad de 0,010 mA.

2.a) Partiendo de la situación anterior, aumente sucesivamente la tensión de alimentación a intervalos regulares de aproximadamente 0,02 V, hasta un valor máximo de 1,70 V. Anote en cada caso los valores de *V* y de *I* en la Tabla 2. En esta tabla dispone de una columna vacía, para alguna magnitud derivada de las anteriores que necesite en el siguiente apartado.

2.b) A partir de la gráfica y del ajuste que estime oportunos, determine el valor del coeficiente de idealidad, η, del LED rojo.

2.c) Haga una estimación de la incertidumbre de este coeficiente.

Tabla 2		
V (V)	I (A)	

Datos:

Temperatura ambiente: $T = (295 \pm 3)$ K

Carga elemental: $q = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s

Constante de Boltzmann: $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K

Solución

1ª parte

1.a) Tabla 1

Tabla 1			
LED	λ (nm)	ν ($\times 10^{14}$Hz)	V_0 (V)
Infrarrojo	938	3,20	0,87
Rojo	632	4,75	1,55
Amarillo	593	5,06	1,66
Azul	464	6,47	2,40
Violeta	405	7,41	2,58

1.b) Gráfica. (figura 7)

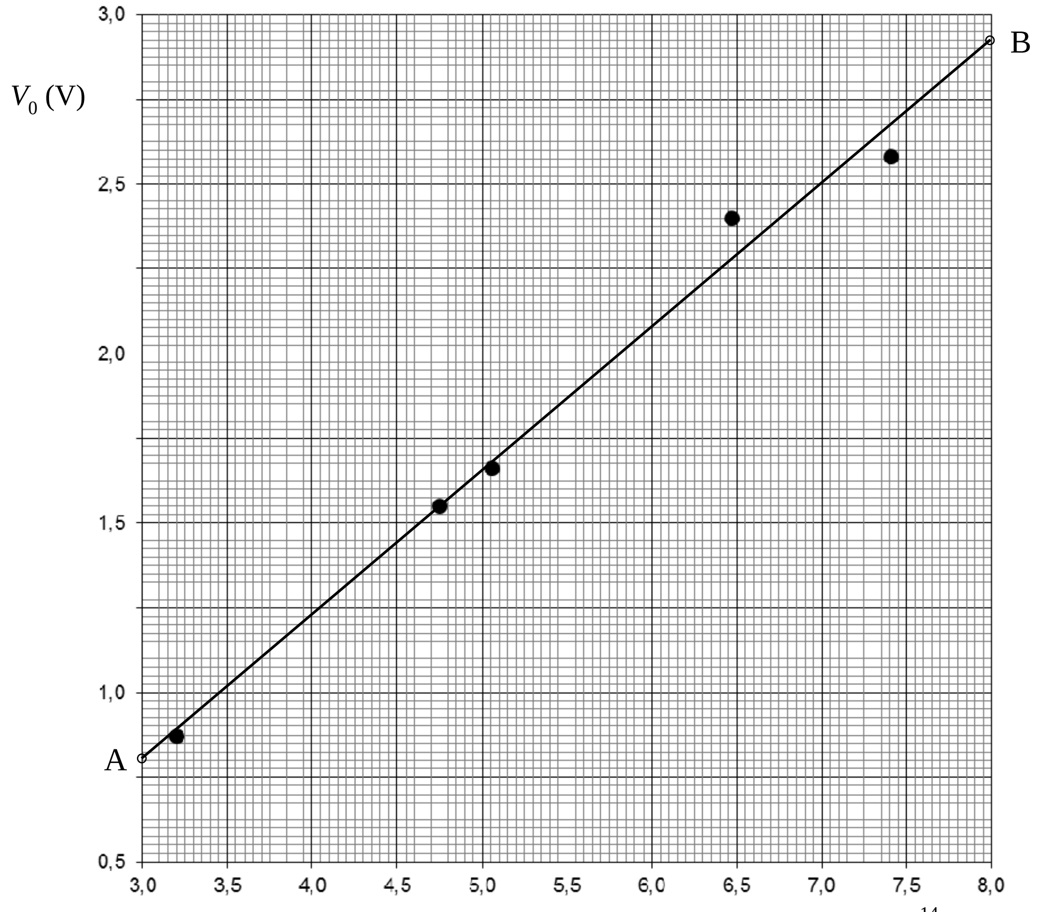


Fig. 7

1.c) Pendiente de la recta:

A partir de las coordenadas de los puntos auxiliares A y B $p = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{(2{,}925 - 0{,}800)\,\text{V}}{(8{,}00 - 3{,}00)\times 10^{14}\ \text{s}^{-1}}$ $\Rightarrow$

1.d) Valor de h:

Según la ecuación (1) del enunciado, la pendiente de la recta anterior es $p = h/q$. Por tanto

$$h = q\,p \quad \Rightarrow \quad \boxed{h = 6{,}80\times 10^{-34}\ \text{J s}}$$

1.e) Incertidumbre de la pendiente:

En la figura 8 se realiza una estimación gráfica de las rectas que, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a los puntos experimentales

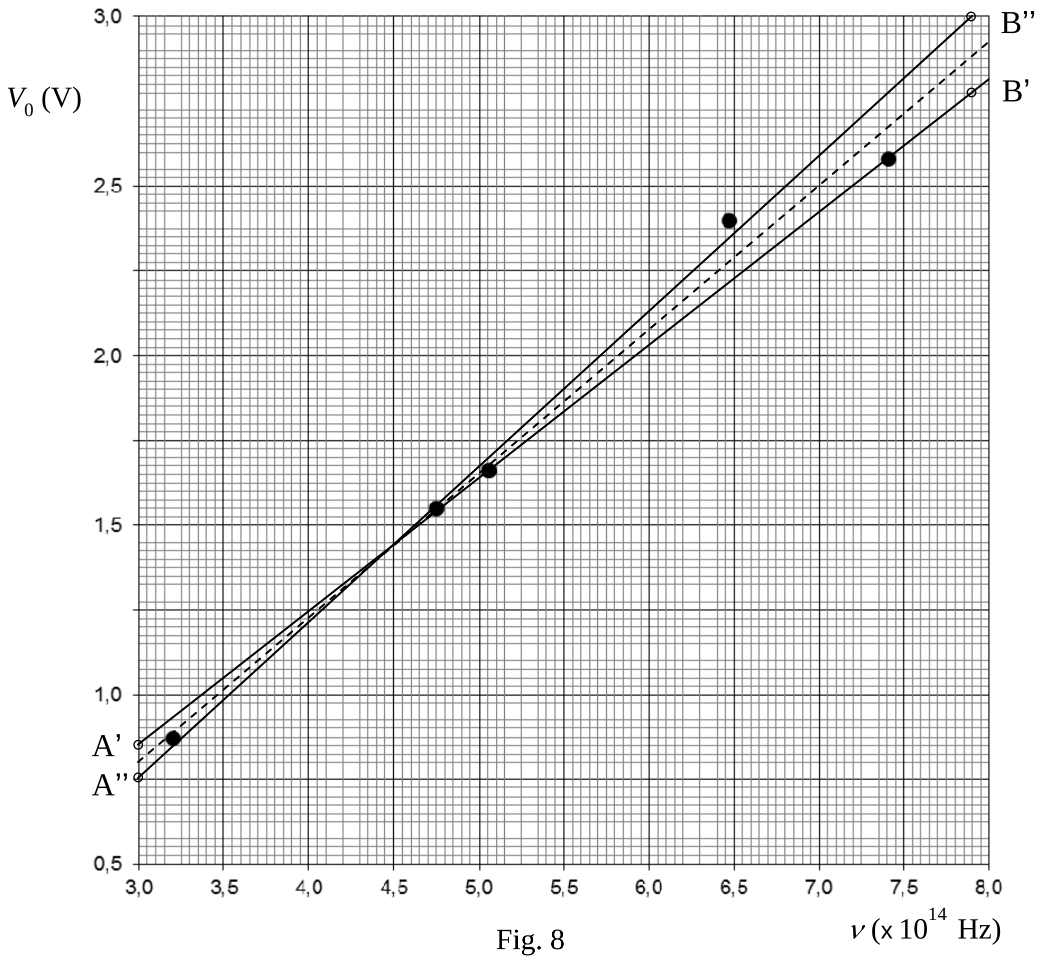


Fig. 8

$$p_{min} = \frac{y_{B'} - y_{A'}}{x_{B'} - x_{A'}} = \frac{(2,775 - 0,850)\,\text{V}}{(7,90 - 3,00)\times 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 3,93\times 10^{-15}\ \text{V s}$$

$$p_{max} = \frac{y_{B''} - y_{A''}}{x_{B''} - x_{A''}} = \frac{(3,000 - 0,750)\,\text{V}}{(7,90 - 3,00)\times 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 4,59\times 10^{-15}\ \text{V s}$$

$$\Delta p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta p = 0,3\times 10^{-15}\ \text{V s}}$$

Nota: Un cálculo analítico aplicando el método de mínimos cuadrados conduce a resultados similares. Se obtiene, con un nivel de confianza del 68 %,

$$\boxed{p = (4,2 \pm 0,3)\times 10^{-15}\ \text{V s}}$$

Para que el nivel de confianza aumente al 95 %, es necesario triplicar el margen de error.

1.f) Incertidumbre de la constante de Planck

Supuesto que el valor de q es exacto,

$$\Delta h = q\,\Delta p \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta h = 0,5\times 10^{-34}\ \text{J s}}$$

En total, el resultado del experimento, expresado con el número adecuado de cifras significativas, es

$$h = (6{,}8 \pm 0{,}5) \times 10^{-34} \text{ J s}$$

2ª parte

2.a) Tabla 2

Midiendo con el LED rojo se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 2		
V (V)	I (mA)	ln I
1,551	0,010	-11,5
1,580	0,020	-10,8
1,600	0,031	-10,4
1,620	0,050	-9,90
1,640	0,076	-9,48
1,660	0,118	-9,04
1,680	0,180	-8,62
1,700	0,270	-8,22

2.b) Factor de idealidad:

Tomando logaritmos en la ecuación (2) del enunciado, se espera una relación aproximadamente lineal entre $\ln I$ y V, con pendiente $p = q/(\eta kT)$. La correspondiente gráfica se presenta en la figura 9.

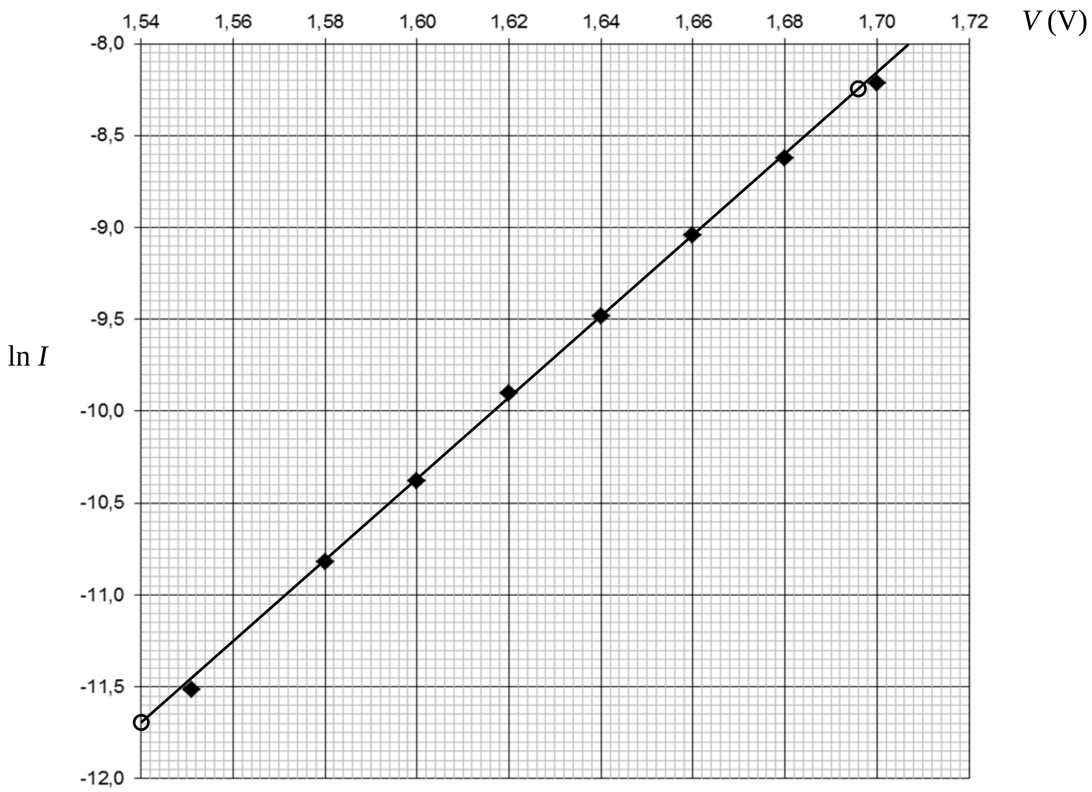


Fig. 9

En efecto,

$$\ln I \approx \ln I_s + \frac{q}{\eta\, k\, T} V$$

La pendiente de la recta a la que se ajustan los puntos experimentales puede obtenerse a partir de las coordenadas de los dos puntos auxiliares indicados

$$p = \frac{-8{,}25-(-11{,}70)}{(1{,}696-1{,}540)\,\mathrm{V}} = 22{,}1\ \mathrm{V}^{-1}$$

Por tanto, el factor de idealidad del LED es

$$\eta = \frac{q}{p\, k\, T} \qquad (3)$$

Con lo que resulta

$$\boxed{\eta = 1{,}78}$$

2.c) Incertidumbre del factor de idealidad

Procediendo de forma análoga al apartado **1.e**, las pendientes máxima y mínima pueden estimarse en las rectas de la gráfica de la figura 10, a partir de las coordenadas de sus puntos extremos.

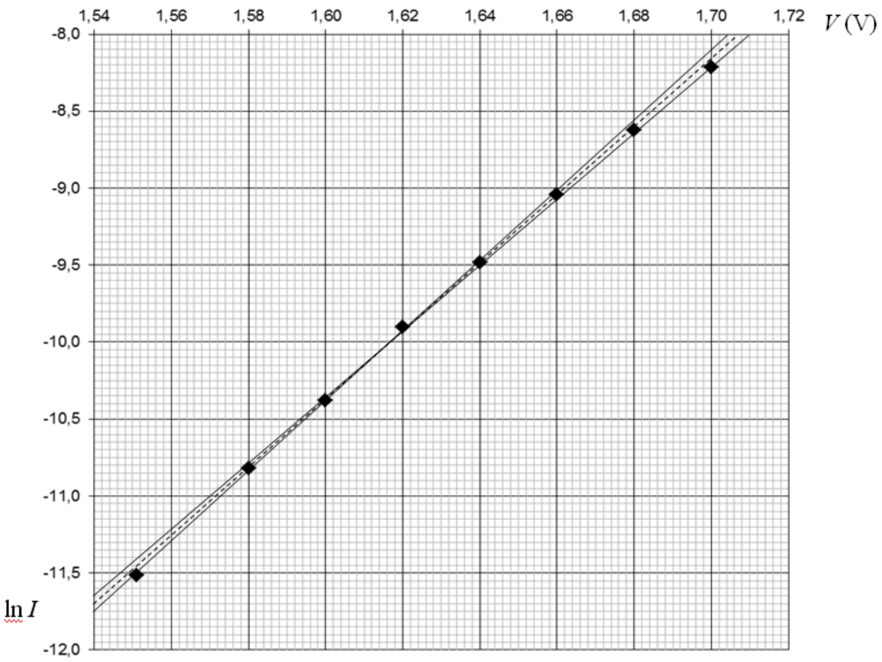


Fig. 10

Dichas pendientes son

$$p_{min} = \frac{-8{,}00-(-11{,}65)}{(1{,}710-1{,}54)\,\mathrm{V}} = 21{,}47\,\mathrm{V}^{-1}$$

$$p_{max} = \frac{-8{,}00-(-11{,}75)}{(1{,}704-1{,}54)\,\mathrm{V}} = 22{,}87\,\mathrm{V}^{-1}$$

$$\Delta p = \frac{p_{max} - p_{min}}{2} = 0{,}7\ \mathrm{V}^{-1}$$

Supuestas q y k exactas, las únicas fuentes de error en la determinación del factor de idealidad son las incertidumbres de la pendiente, Δp, y de la temperatura, ΔT. Las incertidumbres respectivas transmitidas a $\Delta\eta$ pueden obtenerse numéricamente o tomando incrementos (en valor absoluto) en la expresión (3)

$$\Delta\eta_p = \frac{q}{kT}\frac{\Delta p}{p^2} = \eta\frac{\Delta p}{p} = 0{,}056$$

$$\Delta\eta_T = \frac{q}{pk}\frac{\Delta T}{T^2} = \eta\frac{\Delta T}{T} = 0{,}018$$

La incertidumbre total de η podría estimarse como la suma de las dos anteriores pero, dado que las dos fuentes de error son independientes, es más correcto considerar

$$\Delta\eta = \sqrt{\Delta\eta_p^2 + \Delta\eta_T^2} = 0{,}059$$

Nótese que el margen de error de la temperatura resulta casi irrelevante en el resultado final.

Redondeando a una única cifra significativa, pues se trata de estimaciones, se obtiene por fin

$$\boxed{\Delta\eta = 0{,}06}$$

El resultado final del experimento es

$$\eta = 1{,}78 \pm 0{,}06$$