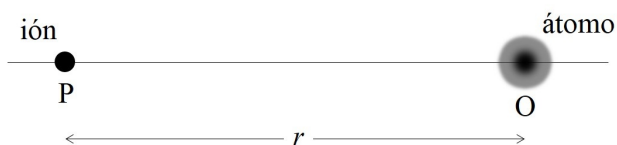


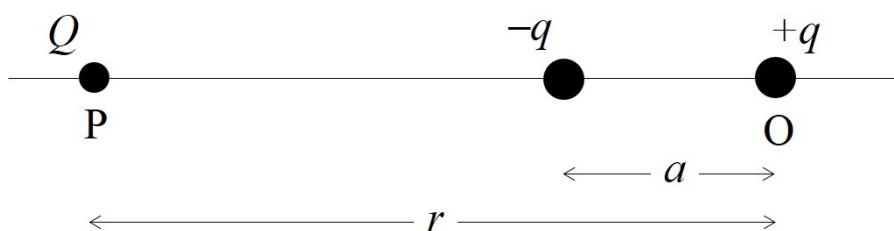
P2. La fuerza de un átomo neutro

Un ion de carga Q se encuentra situado a una distancia r de un átomo neutro, tal y como indica la figura.



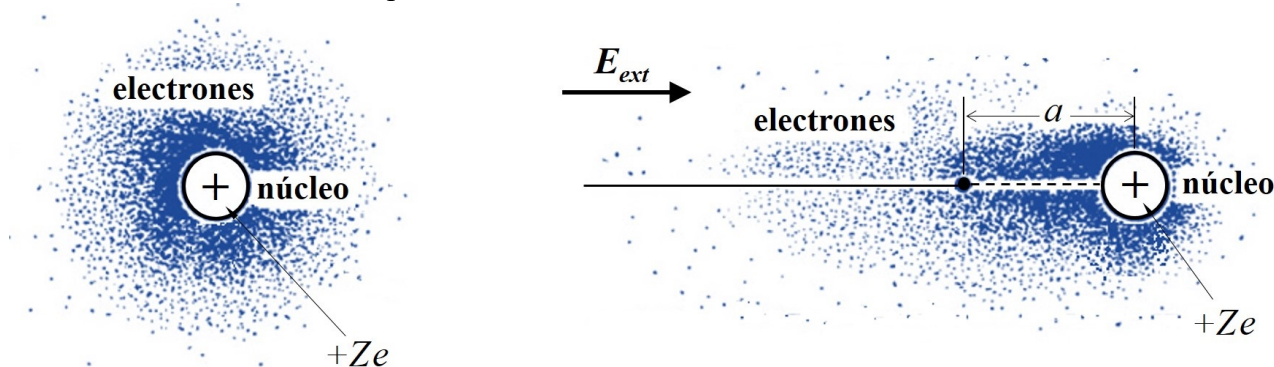
1. Escriba la intensidad del campo eléctrico E_{ext} que actúa sobre el centro del átomo debido a la presencia del ion. [0.5 puntos]

Considere el par de cargas $+q$ y $-q$ de la figura separadas por una distancia a .



2. Determine el campo eléctrico $E(P)$ creado por el par de cargas de la figura en el punto P y la fuerza $F_Q(P)$ que el par ejerce sobre la carga Q situada en dicho punto para $a \ll r$ ¿Qué ocurre cuando $a \rightarrow 0$? (Utilice la aproximación $1/(1-x)^2 \approx 1 + 2x$ para $x \ll 1$.) [1.5 puntos]

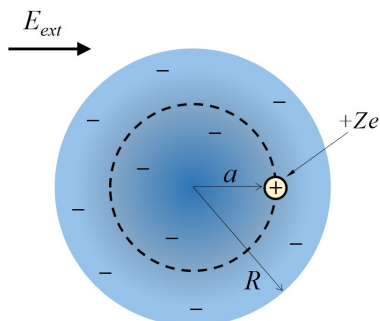
Un campo eléctrico externo E_{ext} actúa sobre un átomo neutro produciendo fuerzas en sentidos opuestos sobre su núcleo y electrones que se separan. El centro de la nube electrónica ya no coincide con el núcleo; el átomo se ha polarizado.



Polarización de un átomo por un campo eléctrico externo.

En lo que sigue vamos a analizar este fenómeno con un modelo sencillo en que el núcleo es puntual y la carga de la nube electrónica está uniformemente distribuida en una esfera homogénea de radio R tal que el campo externo no la deforma, sino que simplemente la desplaza.

3. Obtenga la densidad de carga ρ de la nube electrónica en función de su radio R y del n^0 atómico Z y determine el campo que crea a distancias $r > R$ y $a < R$ de su centro. [1.5 puntos]



Bajo la acción del un campo eléctrico E_{ext} las cargas positivas y negativas experimentan fuerzas que las separan en direcciones opuestas. El desplazamiento relativo entre el núcleo y el centro de la nube continúa hasta alcanzar una distancia a en que la fuerza atractiva que la nube electrónica ejerce sobre el núcleo equilibra a la fuerza separadora que el campo externo ejerce sobre él¹.

¹A mayor distancia la atracción vence y la separación ya no puede continuar

4. Determine la fuerza $F(a)$ que la nube electrónica ejerce sobre el núcleo cuando la separación entre sus centros es a . [2 puntos]

5. Determine la separación a entre el núcleo y el centro de la nube electrónica en presencia del campo eléctrico E_{ext} . [2.5 puntos]

6. Escriba el valor de a cuando el campo E_{ext} es el creado por el ion situado en P. [0.5 puntos]

7. Finalmente, obtenga la fuerza $F_Q(P)$ que actúa sobre el ion situado en P debido al átomo polarizado. ¿Depende el signo de la fuerza (es decir, si es atractiva o repulsiva) del signo de Q ? [1.5 puntos]

Soluciones

1. $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. El sentido es hacia la derecha si $Q > 0$, o hacia la izquierda en caso contrario.
2. Al estar P a la izquierda del par de cargas, el sentido del campo creado por $-q$ es hacia la derecha (positivo) y el creado por $+q$ hacia la izquierda (negativo),

$$E(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{r^2} \right) \approx \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{a}{r^3}, \rightarrow F_Q(P) = \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0} \frac{a}{r^3}.$$

3. la densidad es $\rho = \frac{3Ze}{4\pi R^3}$. Aplicando el teorema de Gauss, $\Phi = q_{int}/\epsilon_0$, a las esferas encerradas por r y por a :

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad r > R, \quad \text{y} \quad E(a) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 R^3} a. \quad \text{para } a < R$$

El campo se dirige siempre hacia el centro de la nube de carga negativa.

4. Según la figura $F(a) = -ZeE(a) = -\frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} a$. Su sentido será siempre el opuesto al del campo externo que produce la separación a entre el núcleo y el centro de la nube.
5. En equilibrio la fuerza total que actúa sobre el núcleo se anula, $F(a) + ZeE_{ext} = 0$, es decir

$$-\frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} a + ZeE_{ext} = 0 \Rightarrow a = \frac{4\pi\epsilon_0 R^3}{Ze} E_{ext}$$

6. En este caso $E_{ext} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow a = \frac{QR^3}{Ze r^2}$

7. Ahora $q = Ze$ y el valor de a se acaba de calcular. La fuerza sobre el ion resulta

$$F_Q(P) = \frac{ZeQ}{2\pi\epsilon_0} \frac{\left(\frac{QR^3}{Ze r^2}\right)}{r^3} = \frac{Q^2 R^3}{2\pi\epsilon_0 r^5}$$

La fuerza resulta ser proporcional al cuadrado de la carga del ion Q , que siempre es positivo ($Q^2 > 0$), por lo que no depende de su signo. En resumen, la presencia del ion polariza al átomo y éste responde ejerciendo sobre el ion una fuerza que siempre es atractiva, (e independiente de su número atómico Z , pero proporcional a su volumen $\propto R^3$), que disminuye rápidamente (como r^{-5}) con la distancia.