P3 Una aproximación a las fibras ópticas.

Las fibras ópticas han revolucionado el mundo de las telecomunicaciones en las últimas décadas. Su funcionamiento está basado en las leyes de la reflexión y de la refracción (ley de Snell), en particular en el fenómeno de la *reflexión total*. Esquemáticamente (figura 1) una fibra óptica es un fino hilo de material transparente, llamado núcleo, por el que se propaga la luz sufriendo sucesivas reflexiones totales, pues está rodeado por otro material, llamado revestimiento, de menor índice de refracción.

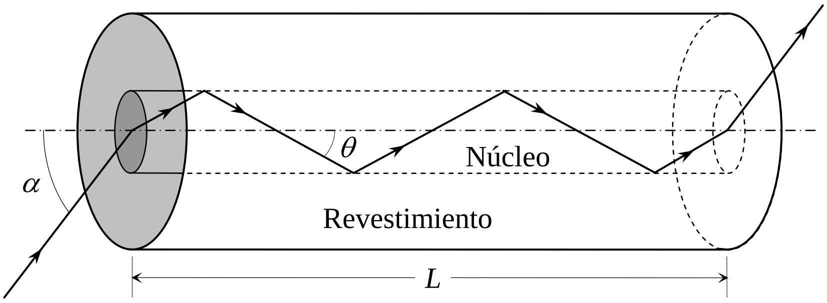

Fig. 1

a) Si $n_{\text{nuc}} = 1{,}465$ y $n_{\text{rev}} = 1{,}460$, determine el máximo ángulo respecto al eje, $\theta_{\max}$, con que puede viajar la luz dentro del núcleo para que se produzcan reflexiones totales al alcanzar el revestimiento. ¿A qué ángulo de iluminación, $\alpha_{\max}$, desde el exterior ($n_{\text{aire}} = 1{,}000$) corresponde esta situación?

Todos los rayos que inciden sobre la entrada del núcleo con $0 \le \alpha \le \alpha_{\max}$ se propagarán confinadamente por la fibra, pero siguiendo caminos diferentes, y por tanto tardando tiempos diferentes en alcanzar el extremo de salida. Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 2{,}998 \times 10^8$ m/s.

b) Calcule las longitudes, L_0 y $L_{\max}$ recorridas por la luz en los casos extremos $\alpha = 0$ y $\alpha = \alpha_{\max}$, y los tiempos de tránsito correspondientes, t_0 y $t_{\max}$, para una longitud de fibra L =1000 m.

La luz que viaja por la fibra es producida por un LED o un diodo láser que ilumina su entrada en un amplio margen de ángulos de incidencia. La señal a transmitir (por ejemplo una conexión de internet o una conversación telefónica) se codifica digitalmente mediante una rápida sucesión de pulsos de luz, "bits" (figura 2), según un código binario preestablecido, de forma que un sistema detector al final de la fibra pueda reconocer estos pulsos luminosos y descifrar (decodificar) el mensaje que transportan.

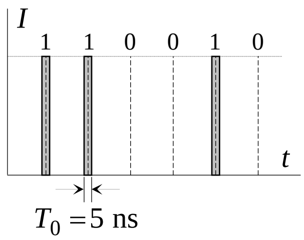

Fig. 2

En el segundo apartado se ha visto que el tiempo de tránsito de la luz por la fibra depende del ángulo de propagación. Este fenómeno, llamado dispersión, es indeseable para los fines prácticos de comunicación digital, pues ensancha los pulsos transmitidos y tiende a superponer dos consecutivos, de forma que el detector puede llegar a no distinguirlos y la información se pierde.

c) Suponga que los pulsos luminosos que inciden sobre la fibra cubren todo el margen de ángulos de incidencia, entre $\alpha = 0$ y $\alpha = \alpha_{\max}$. Si la duración inicial de los pulsos es $T_0 = 5$ ns, tal como indica la figura 2, calcule la duración total de los pulsos de salida, T.

d) Calcule la frecuencia máxima de transmisión de los pulsos, $f_{\max}$, para que puedan ser distinguidos por el detector a la salida de la fibra. Para aumentar la capacidad de transmisión del sistema, interesa que esta frecuencia sea lo más alta posible. ¿Cómo modificaría los datos de diseño de la fibra para conseguirlo?

Solución

Cuando la de luz incide desde un medio de índice *n* hacia otro de índice *n'***,** la ley de Snell establece

$$n\,\mathrm{sen}\,\varepsilon = n'\,\mathrm{sen}\,\varepsilon' \qquad (1)$$

donde ε y ε' son los ángulos de incidencia y refracción, respecto a la normal a ambas superficies. Si $n' < n$, se tendrá que $\mathrm{sen}\,\varepsilon' > \mathrm{sen}\,\varepsilon$, y por tanto $\varepsilon' > \varepsilon$ (figura 3). El *ángulo límite* ε_l se define como aquél al que corresponde el máximo ángulo de refracción, $\varepsilon' = \pi/2$ (figura 4), es decir

$$n\,\mathrm{sen}\,\varepsilon_l = n' \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_l = \mathrm{arc\,sen}\,(n'/n) \qquad (2)$$

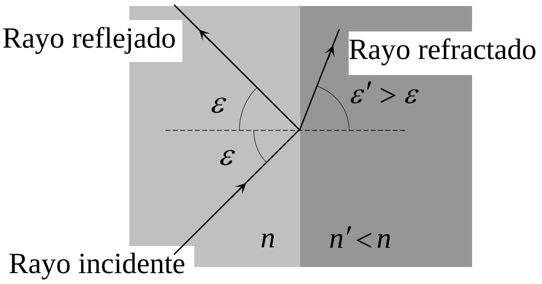

Fig. 3

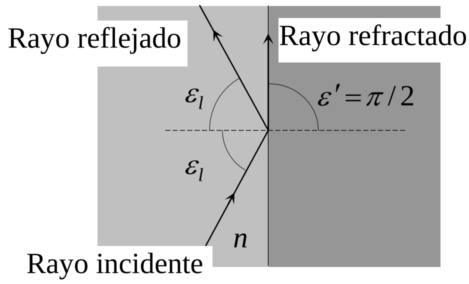

Fig. 4

Para incidencia con ángulo superior al límite, $\varepsilon > \varepsilon_l$, la ecuación (1) no tiene solución real para ε', pues sería necesario que $\mathrm{sen}\,\varepsilon' > 1$. En estas circunstancias no existe rayo refractado; toda la energía luminosa se refleja en la superficie de separación entre los dos medios, con ángulo de reflexión igual al de incidencia, Este es el conocido fenómeno de "reflexión total".

a) En nuestro problema, la luz incide desde el núcleo hacia el revestimiento, con

$$n = n_{\mathrm{nuc}} = 1{,}465 \;>\; n' = n_{\mathrm{rev}} = 1{,}460$$

Por tanto, se producirá reflexión total cuando el ángulo de incidencia sea mayor que el límite, que puede calcularse teniendo en cuenta (2). Se obtiene

$$\varepsilon_l = 85{,}265^{\circ}$$

El ángulo que se pide, θ, es el complementario de ε, (figura 5). Para que se produzcan reflexiones totales debe ser

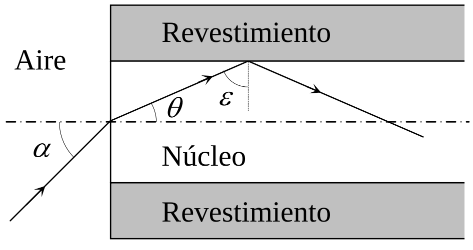

Fig. 5

$$\varepsilon > \varepsilon_l = 85{,}265^{\circ} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\theta_{\mathrm{max}} = 4{,}735^{\circ}}$$

El ángulo de propagación respecto al eje, θ, es el ángulo de refracción respecto a la entrada de la luz en el núcleo de la fibra, procedente del aire. Como el índice del aire es la unidad, se cumplirá

$$\mathrm{sen}\,\alpha_{\mathrm{max}} = n_{\mathrm{nuc}}\,\mathrm{sen}\,\theta_{\mathrm{max}} = n_{\mathrm{nuc}}\cos\varepsilon_l \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\alpha_{\mathrm{max}} = 6{,}946^{\circ}}$$

b) Los rayos que inciden desde el aire sobre el núcleo con $\alpha = 0$ viajarán por la fibra con $\theta = 0$, en paralelo al eje y sin sufrir reflexiones totales en el revestimiento. Por tanto han de recorrer una distancia

$$\boxed{L_0 = L = 1000\ \mathrm{m}}$$

La velocidad de propagación de la luz dentro del núcleo es $v = c/n_{\mathrm{nuc}}$, donde $c = 3{,}00\times 10^{8}$ m/s es la velocidad de la luz en el vacío. Por tanto, el tiempo que tardarán los rayos de luz en recorrer la fibra, para $\alpha = 0$, es

$$t_0 = \frac{L_0}{v} = \frac{L\,n_{\mathrm{nuc}}}{c} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{t_0 = 4{,}887\ \mu\mathrm{s}}$$

Los rayos que inciden desde el aire sobre el núcleo con $\alpha = \alpha_{\max}$ viajarán por la fibra con $\theta = \theta_{\max}$, de forma que la longitud realmente recorrida es

$$L_{\max} = \frac{L}{\cos\theta_{\max}} = \frac{L}{\operatorname{sen}\varepsilon_l} = \frac{n_{\text{nuc}}}{n_{\text{rev}}} L \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{L_{\max} = 1003{,}4 \text{ m}}$$

El tiempo de recorrido por la fibra para $\alpha = \alpha_{\max}$ será, por tanto

$$t_{\max} = \frac{L_{\max}}{v} = \frac{L_{\max} n_{\text{nuc}}}{c} = \frac{n_{\text{nuc}}}{n_{\text{rev}}} t_0 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{t_{\max} = 4{,}903 \ \mu\text{s}}$$

c) Cada pulso de luz es transmitido por la fibra mediante rayos correspondientes a todo el margen de admisión a la entrada, $0 \le \alpha \le \alpha_{\max}$, de forma que la luz que ha entrado en la fibra en un cierto instante t llega al final entre $t + t_0$ y $t + t_{\max}$, durante un intervalo de tiempo

$$\Delta t = t_{\max} - t_0 \approx 16 \text{ ns}$$

Como los pulsos tienen una duración inicial $T_0 = 5 \text{ ns}$, a la salida de la fibra serán mucho más anchos, con una duración

$$T = T_0 + \Delta t \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{T \approx 21 \text{ ns}}$$

Además, serán menos intensos, pues la energía inyectada se reparte en un mayor intervalo de tiempo.

d) La separación temporal mínima entre dos pulsos consecutivos, para que no se solapen en el detector, es precisamente T. Esto corresponde a una frecuencia máxima de transmisión de pulsos

$$f_{\max} = \frac{1}{T} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{f_{\max} \approx 47 \ \text{MHz}}$$

Para aumentar f_{max} es necesario reducir T, o sea Δt.

$$\Delta t = t_{\max} - t_0 = t_0 \left(\frac{n_{\text{nuc}}}{n_{\text{rev}}} - 1 \right) = \frac{L\, n_{\text{nuc}}}{c\, n_{\text{rev}}} (n_{\text{nuc}} - n_{\text{rev}})$$

Por tanto, para una L dada, un aumento de la frecuencia $f_{\max}$ requiere:

$\boxed{\text{Reducir la diferencia de índices entre el núcleo y revestimiento, } n_{\text{nuc}} - n_{\text{rev}}.}$

En nuestro problema, $n_{\text{nuc}} - n_{\text{rev}} = 0{,}005$. Si, por ejemplo, la diferencia fuese $n_{\text{nuc}} - n_{\text{rev}} = 0{,}001$, Δt se reduciría en un factor 5 y, $f_{\max}$ aumentaría a unos 120 MHz.

Nota: En las fibras reales la luz no puede viajar confinada para cualquier ángulo $\theta < \theta_{\max}$, sino sólo para algunos ángulos concretos, correspondientes a los llamados *modos de propagación* de la fibra. Para comprender cualitativamente este fenómeno basta plantearse el problema desde el punto de vista de un observador que viajase en paralelo al eje de la fibra y con la misma velocidad de avance de la luz a lo largo de dicho eje. Este observador vería luz viajando en una trayectoria rectilínea perpendicular al eje y sufriendo repetidas reflexiones en las fronteras núcleo-revestimiento (hacia arriba y hacia abajo en la figura 1). La interferencia de estas ondas sólo sería constructiva cuando se cumpliese una condición de tipo onda estacionaria para la luz en las dimensiones transversales del núcleo. Esta condición conduce a una cuantización de los posibles ángulos de propagación de la luz respecto al eje de la fibra.