Prueba experimental. Difracción de luz en un hilo.

Introducción; objetivo.

El año 2014 ha sido declarado *Año Internacional de la Cristalografía* por las Naciones Unidas, para conmemorar el centenario del descubrimiento de la difracción de rayos X por Max von Laue (1912) y el enunciado de la ecuación de Bragg (1913). A lo largo de estos 100 años la difracción de rayos X ha tenido, y tiene todavía, un papel esencial en el estudio y determinación de estructuras cristalinas.

La difracción en una estructura tridimensional es compleja. Posiblemente esté más familiarizado con la difracción de la luz en obstáculos más sencillos, como la doble rendija del experimento de Young: la luz que se difracta en dos rendijas próximas y paralelas interfiere sobre una pantalla produciendo franjas luminosas alternadas con otras oscuras (franjas de Young).

En esta prueba experimental se va a observar la difracción de luz monocromática (láser) en un hilo delgado. El objetivo de la prueba es determinar el diámetro del hilo.

Material.

- Puntero láser rojo, de longitud de onda $\lambda = 650$ nm.
- Hilo de cobre, montado en un soporte de cartulina (**Atención**: debe manejarse con cuidado para evitar que se doble).
- Metro de papel.
- Soporte de aluminio.
- Escala de medida, de papel milimetrado.
- Hoja de cartulina.
- Pinzas de ropa.
- Cinta adhesiva y tijeras.

Modelo teórico.

Cuando un haz colimado de luz monocromática incide sobre un hilo cilíndrico, con sección circular, sobre una pantalla alejada se observa una serie de máximos de interferencias/difracción, separados por mínimos nulos, como se esquematiza en la figura 1. El máximo central tiene una anchura doble que los laterales, y su intensidad es mucho mayor.

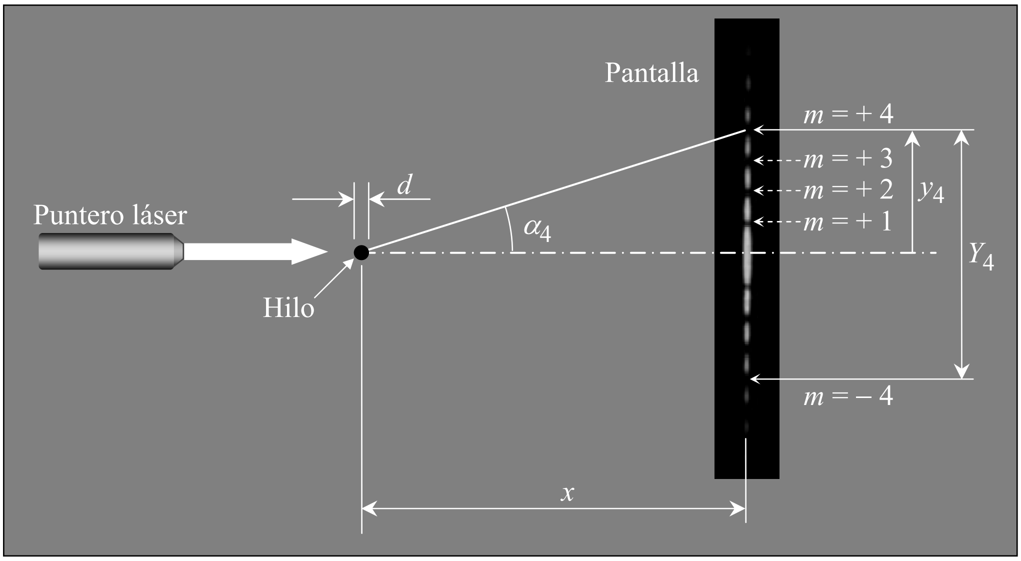


Fig. 1

Si la longitud de onda de la luz es λ y el diámetro del hilo es d, se demuestra que el m-simo mínimo de intensidad luminosa en la pantalla se encuentra en la posición angular (véase la figura 1) dada por

$$\operatorname{sen}\alpha_m = m\frac{\lambda}{d} \quad , \qquad \text{con} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3\ldots$$

En nuestro experimento, los valores de los ángulos α_m para los primeros mínimos son suficientemente pequeños para que se cumpla bien la aproximación

$$\operatorname{sen}\alpha_m \approx \tan\alpha_m = \frac{y_m}{x}$$

donde x es la distancia entre el hilo y la pantalla, e y_m es la distancia del m-simo mínimo al centro de la figura de difracción. Con la aproximación anterior, es inmediato deducir que la distancia entre los mínimos simétricos m y $-m$, uno a cada lado del eje del sistema, es

$$Y_m = 2y_m = 2m\frac{\lambda}{d}x \tag{1}$$

En esta prueba se va a determinar el valor de d a partir de las medidas de Y_m en función de x.

Procedimiento experimental

Advertencias previas:

- Esta prueba requiere el uso de un puntero láser. **Debe evitar que el haz láser entre directamente en un ojo, suyo o de sus compañeros, pues podría causar una lesión en la retina.**
- La duración de las pilas del puntero láser es muy limitada. Por tanto, sólo deberá encenderse al principio de la prueba, para verificar que funciona correctamente, y durante la toma de datos.
- El hilo de cobre montado en el soporte de cartulina es muy delgado y frágil. El soporte debe manejarse con cuidado y **en ningún caso debe tocarse el hilo con los dedos**.

Construcción del montaje (figura 2):

1.- Extienda el metro de papel sobre la mesa y fíjelo con cinta adhesiva.

2.- Construya la pantalla fijando con cinta adhesiva la escala de papel milimetrado al soporte de aluminio.

3.- Coloque la pantalla de papel milimetrado coincidiendo con la marca de 0 cm del metro de papel, y en posición transversal.

4.- El puntero láser tiene dos pulsadores: uno es para que funcione como linterna de luz blanca y otro para el láser propiamente dicho. Sujete el puntero con ayuda de dos pinzas. Una de las pinzas debe oprimir el pulsador del láser, para mantenerlo encendido. Esta última pinza sólo debe ponerse **inmediatamente antes de comenzar las medidas** para evitar el agotamiento de las pilas. Las pinzas deben ajustarse para que el haz de luz sea aproximadamente paralelo a la mesa.

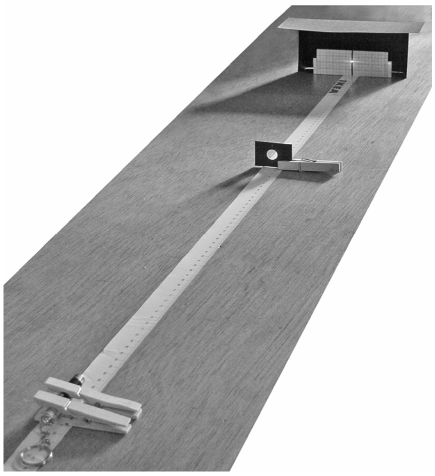


Fig. 2

5.- Sitúe el puntero sobre el metro de papel, a unos 80 cm de la pantalla, de modo que el haz de luz incida sobre la línea negra central de la escala milimetrada de la pantalla. Esta línea negra sirve para evitar el deslumbramiento por el máximo central de difracción y mejorar la visibilidad de los otros máximos, que son mucho menos intensos.

6.- Es conveniente colocar la pantalla de observación bajo una visera hecha con cartulina negra, para evitar que la luz ambiente dificulte la observación de la figura de difracción. Para ello, basta realizar dos cortes en la cartulina y doblarla como se muestra en la figura 3.

7.- Sujete la cartulina soporte del hilo con una pinza, de modo que el hilo quede vertical.

8.- Coloque inicialmente el hilo a 65 cm de la pantalla (x = 65 cm), de modo que la luz incida sobre el alambre y se observe la figura de difracción en la pantalla (Figuras 1 y 2). Ajuste cuidadosamente la posición del hilo en el haz de luz hasta conseguir una figura de difracción bien contrastada y simétrica respecto al centro.

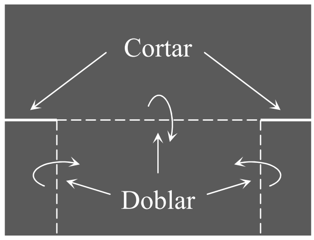


Fig. 3

Medidas y preguntas:

1) Mida en la pantalla la distancia Y_m entre los mínimos simétricos $+m$ y $-m$, empleando el m más alto posible, es decir, empleando los dos mínimos simétricos más alejados del centro que observe con nitidez. Repita la medida del mismo Y_m colocando el hilo a distancias decrecientes de la pantalla, hasta x_{min} = 30 cm. Anote los valores de x e Y_m en una tabla, indicando claramente el valor de m empleado.

2) Represente gráficamente en una hoja de papel milimetrado los valores de Y_m, en ordenadas, frente a los de x, en abscisas.

3) Determine la pendiente, p, de la recta que mejor se ajusta a estos puntos.

4) Deduzca el valor del diámetro del hilo, d.

5) Haga una estimación de la incertidumbre de la pendiente, Δp, de la recta $Y_m(x)$.

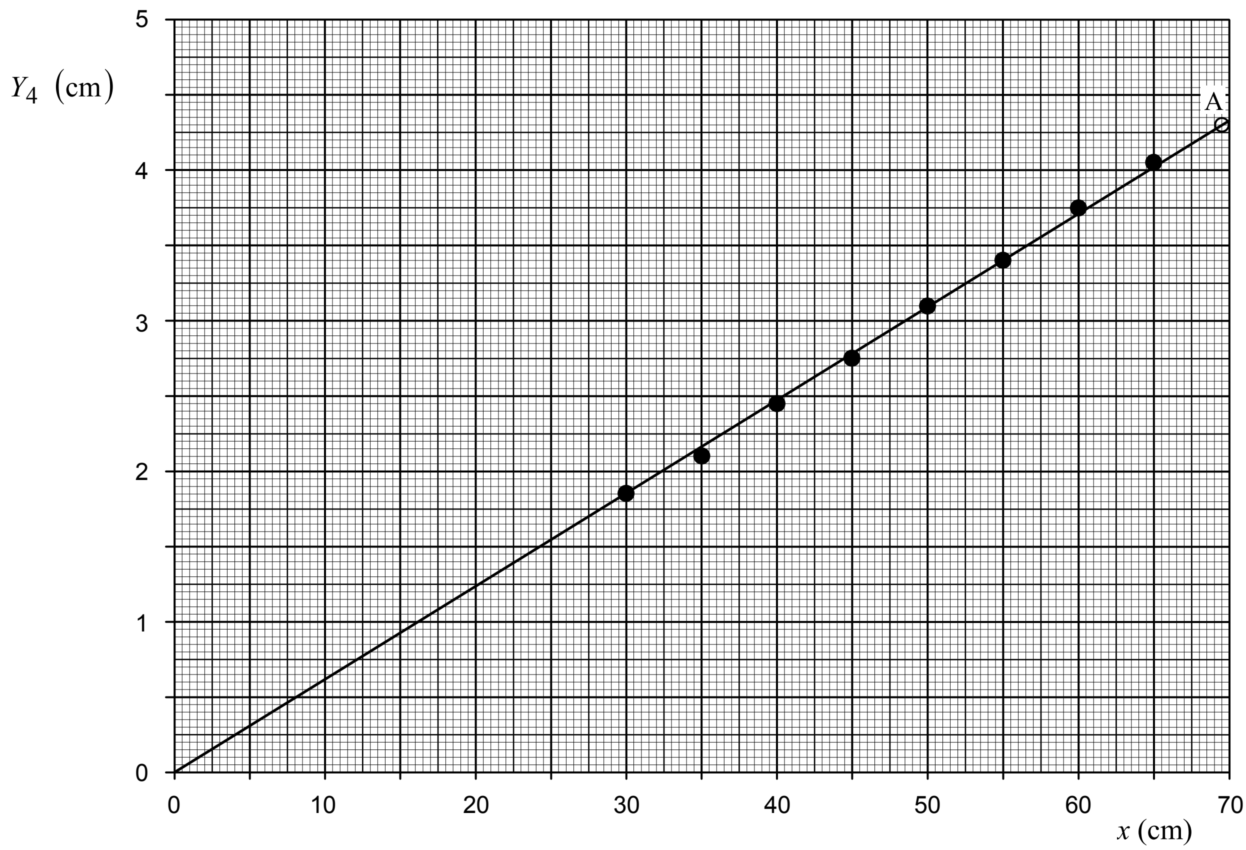
6) Teniendo en cuenta el resultado anterior, y además que, según datos del fabricante, la longitud de onda del láser es $\lambda = (650 \pm 10)$ nm, haga una estimación de la incertidumbre del diámetro del hilo, Δd.

Solución

1) En la siguiente tabla se presentan las medidas de Y_4, distancia entre los mínimos +4 y -4, en función de la distancia x entre el hilo y la pantalla. La incertidumbre de estas medidas es del orden de ±0,5 mm.

x (cm)	Y_4 (cm)
30,0	1,85
35,0	2,10
40,0	2,45
45,0	2,75
50,0	3,10
55,0	3,40
60,0	3,75
65,0	4,05

2) Se presenta a continuación la gráfica pedida, con un aspecto similar al que tendría dibujada en papel milimetrado, junto con la recta que más aproximadamente pasa por los puntos experimentales y por el origen, ya que, según la ecuación (1) del enunciado, se espera una ordenada en el origen nula.



3) Como los puntos están bien alineados, la pendiente de la recta, p, puede obtenerse con buena precisión a partir de las coordenadas de un punto de la recta, alejado del origen, como el punto A indicado en la figura

$$p = \frac{Y_{4,\mathrm{A}}}{x_{\mathrm{A}}} = \frac{4,30}{69,5} = 0,0619$$

Un ajuste por mínimos cuadrados conduce a un resultado muy similar, con p = 0,0618.

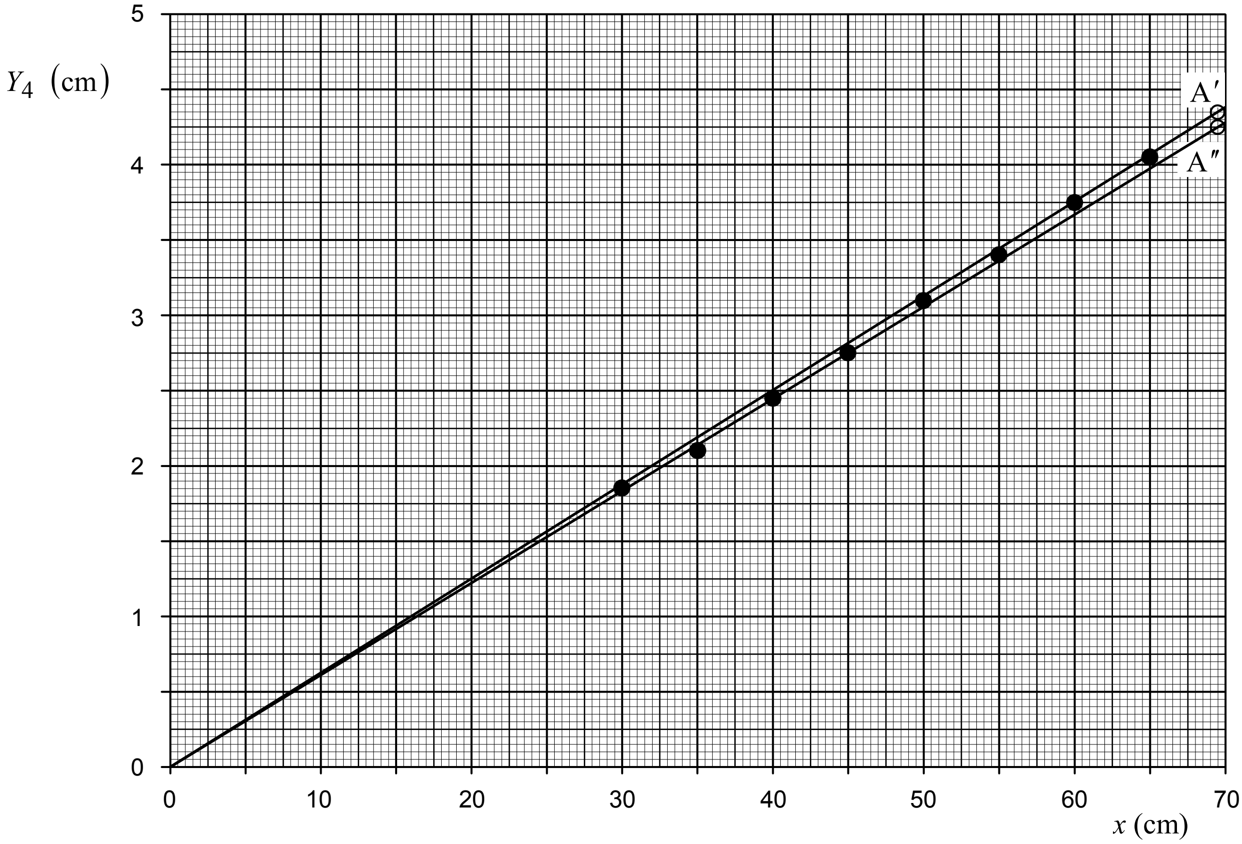
4) Según la expresión (1) del enunciado, la pendiente de la recta $Y_4(x)$ es

$$p = \frac{2m\lambda}{d} = \frac{8\lambda}{d} \qquad \Rightarrow \qquad d = \frac{8\lambda}{p}$$

Resulta

$$\boxed{d = 8{,}40 \times 10^{-5}\ \text{m} = 84{,}0\ \mu\text{m}}$$

5) Para estimar la incertidumbre de la pendiente se trazan las rectas de máxima y mínima pendiente que se ajustan razonablemente a los puntos experimentales, teniendo en cuenta su dispersión respecto a la mejor recta y el margen de incertidumbre de los puntos experimentales (barras de error). En nuestro caso, la incertidumbre de las medidas puede estimarse en $\Delta Y_4 \approx 0{,}5$ mm, que se corresponde con el radio de los círculos dibujados. Las rectas con pendientes máxima y mínima se presentan en la siguiente gráfica



A partir de las coordenadas de los puntos A′ y A″ se obtienen unas pendientes

$$p_{\max} = \frac{4{,}35}{69{,}5} = 0{,}0626$$

$$p_{\min} = \frac{4{,}25}{69{,}5} = 0{,}0612$$

Y, por tanto, una incertidumbre para la pendiente[1]

$$\Delta p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\Delta p = 0{,}0007}$$

---

[1] Un cálculo estadístico más avanzado permite obtener que la incertidumbre de la pendiente, con un nivel de confianza del 95%, es $\Delta p = 0{,}0006$. Como es habitual, el método de trazar las rectas de pendientes máxima y mínima tiende a sobrevalorar Δp.

6) Como el diámetro d del hilo es directamente proporcional a λ e inversamente proporcional a p, se transmiten sus respectivas incertidumbres relativas, como puede comprobarse analítica o numéricamente, es decir

$$\frac{\Delta d_p}{d} = \frac{\Delta p}{p} \quad \Rightarrow \quad \Delta d_p = 1,0\ \mu\text{m}$$

$$\frac{\Delta d_\lambda}{d} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \Delta d_\lambda = 1,3\ \mu\text{m}$$

La incertidumbre total del diámetro del hilo podría estimarse sumando estas dos contribuciones, pero, como son fuentes de error independientes, es más correcto considerar

$$\Delta d = \sqrt{\Delta d_p^2 + \Delta d_\lambda^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta d = 1,6\ \mu\text{m}}$$

Por tanto, el resultado del experimento, con una estimación de su incertidumbre, sería

$$d = (84,0 \pm 1,6)\ \mu\text{m}$$