

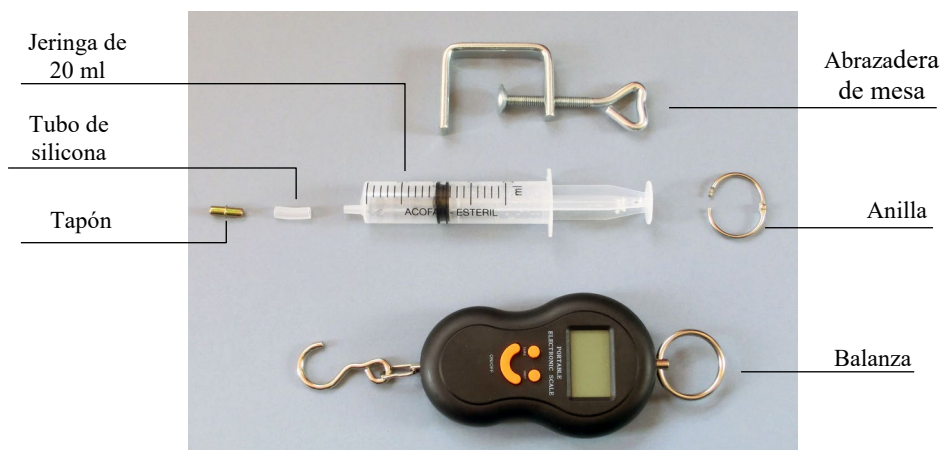
Problema experimental

Determinación de la presión atmosférica

OBJETIVO

Determinar la presión atmosférica con una jeringa.

MATERIAL



FUNDAMENTO TEÓRICO

Sea una jeringa en la que se desplaza el pistón hasta recoger un volumen de aire V_0 , cerrando después herméticamente la boquilla. La presión en el interior de la jeringa es P_0 , que es igual a la presión atmosférica.

Se aplica al émbolo una fuerza F_i para expandir el volumen de la jeringa hasta un valor V_i (Fig. 1) con lo que la presión en el interior de la jeringa, P_i , vale:

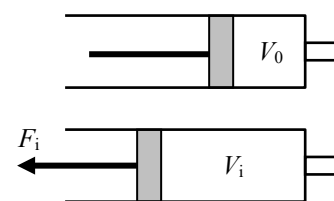


Fig. 1

$$P_i = P_0 - \frac{F_i}{S} \quad (1)$$

donde S es la sección del pistón.

Si la temperatura, T , es constante se cumple la ley de Boyle:

$$P_i V_i = P_0 V_0 \quad (2)$$

La fuerza F_i puede obtenerse mediante una balanza digital de maletas. La balanza proporciona valores de masa*, m_i , de los que pueden obtenerse los correspondientes valores de fuerza:

$$F_i = m_i g \quad (3)$$

* Aunque la balanza de maletas da medidas en kilogramos, en realidad es un dinamómetro, por lo que la unidad hay que entenderla como kilogramo-fuerza (kgf), que también se denomina kilopondio (kp). La relación entre esta unidad y la unidad de fuerza en el Sistema Internacional es: $1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El émbolo de la jeringa tiene una perforación cerca del apoyo. Introduzca en ella la anilla y asegúrese de que queda bien cerrada.

Desplace el émbolo hasta que el pistón se encuentre en la marca de 10 ml de la jeringa (Fig. 2 b). Para reducir la fricción del pistón al moverse en el cilindro de la jeringa se ha lubricado con glicerina. Por este motivo en el interior del pistón pueden verse pequeñas gotas de líquido, que no tienen ningún efecto perjudicial en el experimento.

Introduzca el tapón en un extremo del tubo de silicona y luego el otro extremo del tubo en la boquilla de la jeringa. Tras el montaje, el tapón tiene que tocar con el extremo de la boquilla (Fig. 2 c). Ya con la boquilla cerrada mueva un poco el émbolo hacia fuera (expansión). Al soltar el émbolo este debería recuperarse y volver a la posición de 10 ml, pero debido a la fricción que aún presenta el pistón, puede que se quede en 10,5 ml, aproximadamente. Si ocurre esto, retire el tapón de la boquilla, ponga el pistón en la posición de 9,5 ml, coloque nuevamente el tapón, desplace el pistón hacia fuera y compruebe si al recuperarse queda en la posición de 10 ml; si es necesario, repita el proceso hasta conseguir el resultado deseado.

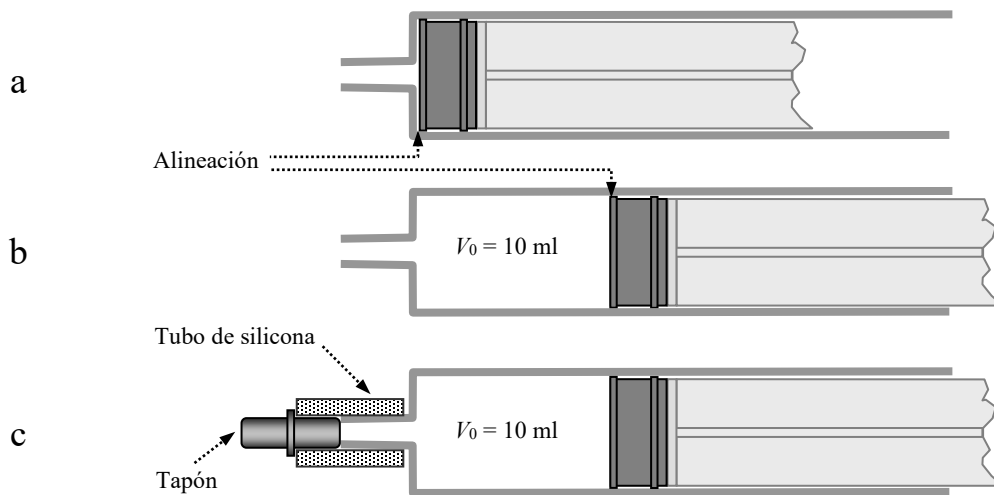


Fig. 2

Tome la balanza e inserte correctamente las pilas en su interior.

Fije la abrazadera al borde de la mesa de modo que quede atrapada la anilla cerrada de la balanza. Coloque el gancho abierto de la balanza en la anilla que introdujo anteriormente en el émbolo (Fig. 3).



Fig. 3

- Antes de iniciar las medidas conviene mover un poco el émbolo para que esté suelto.
- Se enciende la balanza y se asegura que la medida está en kilogramos.

- Las divisiones de la jeringa son de 1 ml y se tomarán al menos ocho medidas, entre 10 ml y 20 ml. Según se va incrementando el valor del volumen, la fuerza que hay que ejercer sobre la jeringa va aumentando y al llegar a 20 ml la fuerza puede ser tal que cueste mantener el émbolo inmóvil en esa posición.

* * *

1) Para realizar la primera medida se tira despacio del cuerpo de la jeringa, manteniéndola apoyada sobre la mesa, hasta que el pistón llegue a 11 ml sin sobrepasar la marca ni hacer retrocesos (figura 4). Lo normal es que en la pantalla quede fijo el valor de la medida cuando se suelta la jeringa; se anota el valor del volumen y el de la masa. Realice dos o tres veces la medida para cada posición del pistón y halle el valor medio de la masa.



Fig 4

Realmente, lo que se necesita conocer es el valor de la fuerza ejercida para la expansión del aire. Este valor se obtiene a partir de la expresión (3). Traslade los resultados de esta primera medida a una tabla con tres columnas, correspondientes a V_i , m_i y F_i . Añada además otras tres columnas en las que se recogerá más adelante una función de V_i , una función de F_i y la incertidumbre de la función de V_i .

Se deja que el émbolo regrese a la posición inicial, se pone a cero la balanza (tara) y se vuelve a tirar del cuerpo de la jeringa hasta que el émbolo llegue a 12 ml. Se siguen los mismos pasos que en el caso anterior y se repite el proceso hasta llegar a la última medida. (3 puntos)

2) Combine las expresiones (1) y (2) para obtener otra expresión en la que aparezca explícitamente una dependencia lineal entre una función de V_i y una función de F_i . (2 puntos)

3) Complete la tabla de valores con los valores de la función de V_i y la función de F_i . (1 punto)

4) Represente gráficamente los valores de la función de V_i en ordenadas frente a los de la función de F_i , en abscisas, trace la recta que mejor se ajuste y obtenga la pendiente, m . (3 puntos)

5) Tiene que determinar los valores de las barras de error de los puntos extremos de la gráfica y recogerlos en la quinta columna de la tabla que ya construyó (sobre las barras de error, ver ANEXO). Las barras de error de la función de F_i se considerarán despreciables y para las de la función de V_i hay que tener en cuenta que las divisiones menores de la jeringa son de 1 ml y que su incertidumbre, ΔV_i , debería ser la mitad de ese valor; sin embargo, como el espaciado de las marcas de división es suficientemente grande, se seguirá un criterio menos riguroso, tomando para la incertidumbre ΔV_i la cuarta parte de la división menor de la jeringa. Explique cómo se obtiene la incertidumbre de la función de V_i . (2 puntos)

6) Considerando únicamente las barras de error (ver ANEXO) de los puntos extremos de la gráfica trace las rectas de máxima y mínima pendiente y calcule los valores de esas pendientes. (2 puntos)

7) A partir de la pendiente máxima y mínima obtenga la incertidumbre de la pendiente, Δm y escriba el valor de $(m \pm \Delta m)$. (2 puntos)

8) Conocidos los valores de $(m \pm \Delta m)$, de $(V_0 \pm \Delta V_0)$ y sabiendo que el diámetro del pistón es $(d \pm \Delta d) = (1,95 \pm 0,01)$ cm, determine la sección del pistón con su incertidumbre, $(S \pm \Delta S)$, y obtenga el valor de la presión atmosférica P_0 y su incertidumbre ΔP_0 . (3 puntos)

9) Como ya se ha dicho, a pesar de que el pistón está lubricado con glicerina presenta alguna fricción con el cilindro de la jeringa. Al cerrar inicialmente la jeringa se tenía un volumen de aire V_0 , se desplazaba el émbolo y, al recuperarse, el nuevo volumen era V , por lo que existía una variación de volumen ΔV . Esto se puede atribuir a que la fuerza recuperadora debida a la diferencia de presión entre el interior de la jeringa, P , y la presión atmosférica, P_0 , se puede considerar igual a la fuerza de fricción y, cuando se alcanza ese equilibrio de fuerzas el pistón se detiene.

* Según esto, obtenga una expresión para la fuerza de fricción, F_R , en función de V , ΔV , P_0 y S .

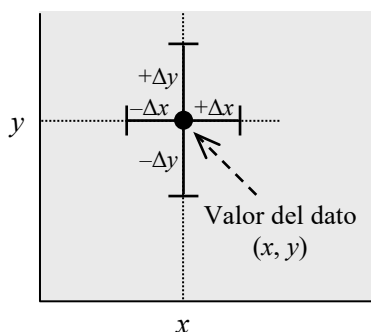
* Con los datos que haya recogido, halle el valor numérico de la fuerza de fricción.

* Utilizando la balanza determine experimentalmente el valor de la fuerza de fricción y describa muy brevemente cómo lo ha realizado. Compare el valor experimental con el valor obtenido a partir de la expresión teórica. (2 puntos)

ANEXO

En una representación gráfica las *barras de error* muestran la variabilidad de un dato, visualizando la incertidumbre de la medida.

Para una medida experimental en la que las variables son $(x \pm \Delta x)$ y $(y \pm \Delta y)$, las barras de error representan los límites superiores, $(+\Delta x)$ y $(+\Delta y)$, y los límites inferiores, $(-\Delta x)$ y $(-\Delta y)$, del dato representado (ver figura).



RESOLUCIÓN

1)

| Pregunta 1 (3 puntos) | | | Pregunta 3 (1 punto) | | Pregunta 5 |
|-----------------------|-------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------|--|
| V_i / m^3 | m_i / kg | $(F_i = m_i g) / \text{N}$ | $(F_i = m_i g) / \text{N}$ | $(A_i = 1/V_i) / \text{m}^{-3}$ | $\left(\Delta A_i = \frac{1}{V_i^2} \Delta V_i \right) / \text{m}^{-3}$ |
| 1,00E-05 | 0,000 | 0,00 | 0,00 | 1,00E+05 | 3E+03 |
| 1,10E-05 | 0,382 | 3,74 | 3,74 | 9,09E+04 | 2E+03 |
| 1,20E-05 | 0,568 | 5,57 | 5,57 | 8,33E+04 | 2E+03 |
| 1,30E-05 | 0,738 | 7,23 | 7,23 | 7,69E+04 | 1E+03 |
| 1,40E-05 | 0,938 | 9,19 | 9,19 | 7,14E+04 | 1E+03 |
| 1,50E-05 | 0,980 | 9,60 | 9,60 | 6,67E+04 | 1E+03 |
| 1,60E-05 | 1,105 | 10,83 | 10,83 | 6,25E+04 | 1E+03 |
| 1,70E-05 | 1,240 | 12,15 | 12,15 | 5,88E+04 | 9E+02 |
| 1,80E-05 | 1,330 | 13,03 | 13,03 | 5,56E+04 | 8E+02 |
| 1,90E-05 | 1,361 | 13,34 | 13,34 | 5,26E+04 | 7E+02 |
| 2,00E-05 | 1,442 | 14,13 | 14,13 | 5,00E+04 | 6E+02 |

No es necesario obtener estos 9 valores

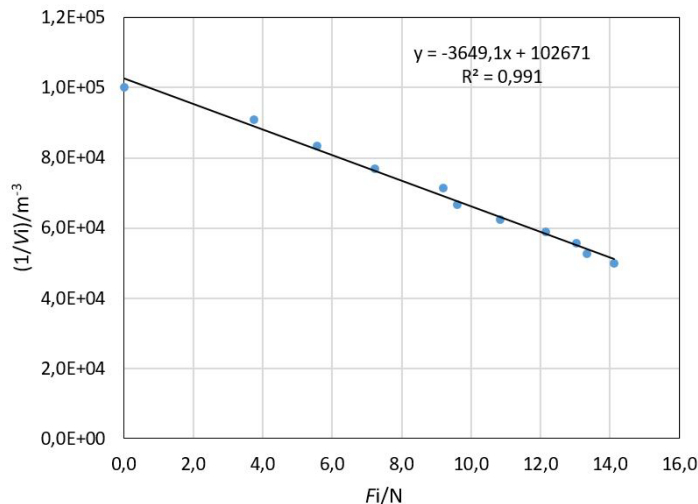
2) (2 puntos) A partir de las expresiones (1) y (2) se obtiene:

$$\left(P_0 - \frac{F_i}{S} \right) V_i = P_0 V_0$$

$$\frac{1}{V_i} = \frac{1}{V_0} - \frac{1}{P_0 V_0 S} F_i \quad (4)$$

Al representar gráficamente $\frac{1}{V_i}$ frente a F_i se obtiene una recta cuya pendiente es $-\frac{1}{P_0 V_0 S}$ de la que puede obtenerse P_0 si se conocen los valores de V_0 y S

4) (3 puntos)



El valor de la pendiente es: $m = -3649 \text{ m}^{-3} \cdot \text{N}^{-1}$

5) (2 puntos) Obtención de $\Delta \left(\frac{1}{V_i} \right)$. Llamando $\frac{1}{V_i} = A_i$ se tiene:

$$\Delta A_i = \left| \frac{dA_i}{dV_i} \Delta V_i \right| = \frac{1}{V_i^2} \Delta V_i$$

Otra forma:

$$\Delta A_i = \frac{A_{i\text{máx}} - A_{i\text{mín}}}{2} = \frac{\left(\frac{1}{V_i}\right)_{\text{máx}} - \left(\frac{1}{V_i}\right)_{\text{mín}}}{2}$$

Para los puntos extremos de las medidas y según el criterio establecido, se tiene:

$$\text{Primer valor : } (V_1 \pm \Delta V_1) = (10,00 \pm 0,25) \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{Último valor : } (V_{11} \pm \Delta V_{11}) = (20,00 \pm 0,25) \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

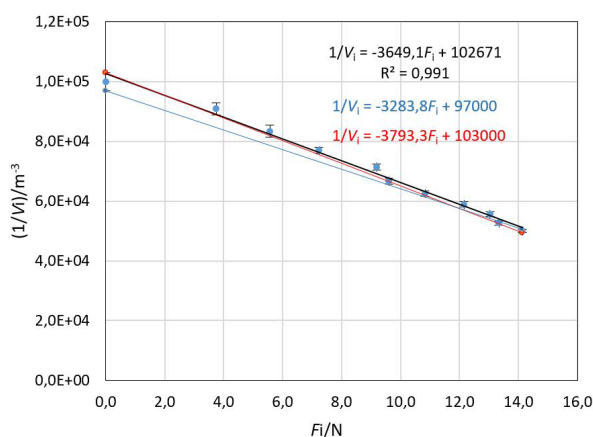
$$\Delta A_1 = \Delta \left(\frac{1}{V_1} \right) = \frac{\left(\frac{1}{9,75} - \frac{1}{10,25} \right) \times 10^{-6}}{2} \text{ m}^{-3} = 2,5 \times 10^3 \text{ m}^{-3} \approx 3 \times 10^3 \text{ m}^{-3}$$

$$\Delta A_{11} = \Delta \left(\frac{1}{V_{11}} \right) = \frac{\left(\frac{1}{19,75} - \frac{1}{20,25} \right) \times 10^{-6}}{2} \text{ m}^{-3} = 0,63 \times 10^3 \text{ m}^{-3} \approx 0,6 \times 10^3 \text{ m}^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{V_1} \pm \Delta \frac{1}{V_1} \right) = \left[(1,00 \times 10^5) \pm (3 \times 10^3) \right] \text{ m}^{-3} = (1,00 \pm 0,03) \times 10^5 \text{ m}^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{V_{11}} \pm \Delta \frac{1}{V_{11}} \right) = \left[(5,00 \times 10^4) \pm (0,6 \times 10^3) \right] \text{ m}^{-3} = (5,00 \pm 0,06) \times 10^4 \text{ m}^{-3}$$

6) (2 puntos)



Las pendientes, máxima y mínima (en valor absoluto), son:

$$|m_{\text{máx}}| = 3793 \text{ m}^{-3} \cdot \text{N}^{-1}$$

$$|m_{\text{mín}}| = 3284 \text{ m}^{-3} \cdot \text{N}^{-1}$$

7) (2 puntos) Los valores de la pendiente y de su incertidumbre son:

$$m = -3649 \text{ m}^{-3} \cdot \text{N}^{-1}$$

$$\Delta m = \frac{3793 - 3284}{2} \text{ m}^{-3} \cdot \text{N}^{-1} = 254 \text{ m}^{-3} \cdot \text{N}^{-1}$$

$$(m \pm \Delta m) = (-3,6 \pm 0,3) \times 10^3 \text{ m}^{-3} \cdot \text{N}^{-1}$$

8) (3 puntos)

$$S = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{1,95 \times 10^{-2}}{2} \right)^2 \text{ m}^2 = 2,986 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_{\text{máx}} = \pi \left(\frac{d_{\text{máx}}}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{1,96 \times 10^{-2}}{2} \right)^2 \text{ m}^2 = 2,956 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_{\text{mín}} = \pi \left(\frac{d_{\text{mín}}}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{1,94 \times 10^{-2}}{2} \right)^2 \text{ m}^2 = 3,017 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Delta S = \frac{(3,017 - 2,956) \times 10^{-4}}{2} \text{ m}^2 = 0,03 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$(S \pm \Delta S) = (2,99 \pm 0,03) \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Por otra parte, de la expresión (4) se tiene:

$$m = -\frac{1}{P_0 V_0 S}$$

$$P_0 = -\frac{1}{m V_0 S} = -\frac{1}{-3,6 \times 10^3 \times 1,0 \times 10^{-5} \times 2,99 \times 10^{-4}} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 92902 \text{ Pa}$$

$$\Delta P_0 = P_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left(\frac{\Delta V_0}{V_0} \right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S} \right)^2} = 92902 \sqrt{\left(\frac{0,3}{3,6} \right)^2 + \left(\frac{0,03}{1,00} \right)^2 + \left(\frac{0,03}{2,99} \right)^2} = 8280 \text{ Pa}$$

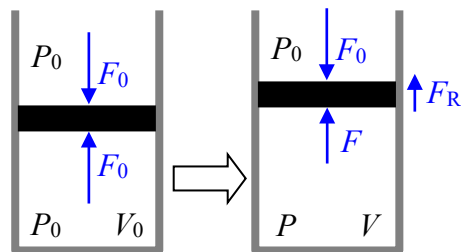
$$(P_0 \pm \Delta P_0) = (9,3 \pm 0,8) \times 10^4 \text{ Pa}$$

(El experimento se realizó el Salamanca el 29 de enero de 2026, con situación de borrasca. El barómetro de mercurio señalaba 682 mm, lo que corresponde a una presión de $9,09 \times 10^4 \text{ Pa}$).



9) (2 puntos)

* Consideramos un estado inicial en el que la jeringa contiene un volumen V_0 de aire a una presión, P_0 que es igual a la de la presión atmosférica. Se expande el aire actuando sobre el pistón, pero al soltarlo no se recupera el volumen inicial, sino que llega a un volumen mayor, V , con una presión, P , que será menor que la inicial.



Como inicialmente la presión del aire dentro la jeringa es igual a la atmosférica, el pistón está sometido a dos fuerzas iguales, F_0 y de sentido contrario. Tras la expansión, la fuerza ejercida por el aire interior es F , siendo $F < F_0$. Los módulos de las fuerzas cumplen que:

$$F_0 = F + F_R$$

donde F_R es la fuerza de fricción entre el pistón y el cilindro de la jeringa. De la expresión anterior se tiene:

$$F_R = F_0 - F \quad (1)$$

además, siendo S la sección del pistón, se puede escribir :

$$F_0 = P_0 S \quad (2)$$

$$F = \frac{P_0 V_0}{V} S \quad (3)$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1) se tiene :

$$F_R = P_0 S - \frac{P_0 V_0}{V} S = P_0 S \left(\frac{V - V_0}{V} \right) = \frac{P_0 S \Delta V}{V}$$

* Con los siguientes valores: $P_0 = 9,3 \times 10^4$ Pa, $S = 2,99 \times 10^{-4}$ m², $V_0 = 1,0 \times 10^{-5}$ m³, $V = 1,05 \times 10^{-5}$ m³, la fuerza de fricción es:

$$F_R = \frac{9,3 \times 10^4 \times 2,99 \times 10^{-4} \times 0,5 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}^3}{1,05 \times 10^{-5} \text{ m}^3} = 1,3 \text{ N}$$

* Experimentalmente se ha medido la fuerza para desplazar el pistón desde un volumen de 10,0 ml a un volumen de 10,5 ml. Los resultados de tres medidas han sido: 0,235 kg, 0,185 kg y 0,205 kg, cuyo valor medio es 0,208 kg, por tanto: $F_R = mg = 0,208 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 2,0 \text{ N}$.